学調過去問題＋予想問題集　解答解説

３年　第２回

1

(1) 与式 $= -2+6 =$ $\boxed{4}$

(2) 与式 $= 1+(-27) =$ $\boxed{-26}$

(3) 与式 $= -8+5 =$ $\boxed{-3}$

(4) 与式 $= -1-12 =$ $\boxed{-13}$

(5) 与式 $= -5+4 =$ $\boxed{-1}$

(6) 与式 $= -2-18 =$ $\boxed{-20}$

(7) 与式 $= -30-2 =$ $\boxed{-32}$

(8) 与式 $= -18+12 =$ $\boxed{-6}$

(9) 与式 $= 15-20 =$ $\boxed{-5}$

2

(1) 与式 $= 16x^3y \div 4x^2 \times y = \dfrac{16x^3y \times y}{4x^2} =$ $\boxed{4xy^2}$

(2) 与式 $= -\dfrac{12xy^2 \times 4y}{3xy} =$ $\boxed{-16y^2}$

(3) 与式 $= -\dfrac{2x^2y \times 10x}{5xy} =$ $\boxed{-4x^2}$

(4) 与式 $= -\dfrac{20xy^2 \times 2x}{5y} =$ $\boxed{-8x^2y}$

3

(1) 与式 $= (6x^2y-18xy^2) \times \dfrac{1}{3xy} = \dfrac{6xxy}{1} \times \dfrac{1}{3xy} - \dfrac{18xyy}{1} \times \dfrac{1}{3xy} =$ $\boxed{2x-6y}$

(2) 与式 $= (-12x^2+6x) \times \dfrac{3}{2x} = -\dfrac{12xx}{1} \times \dfrac{3}{2x} + \dfrac{6x}{1} \times \dfrac{3}{2x} =$ $\boxed{-18x+9}$

(3) 与式 $= (12x^2-3x) \times \left(-\dfrac{1}{3x}\right) = -\dfrac{12xx}{1} \times \dfrac{1}{3x} + \dfrac{3x}{1} \times \dfrac{1}{3x} =$ $\boxed{-4x+1}$　※+1 かき忘れないように

4

(1) 与式 $= \dfrac{3(3x-y)-2(x-2y)}{6} = \dfrac{9x-3y-2x+4y}{6} =$ $\boxed{\dfrac{7x+y}{6}}$

(2) 与式 $= \dfrac{2(3x-y)-5(x+y)}{10} = \dfrac{6x-2y-5x-5y}{10} =$ $\boxed{\dfrac{x-7y}{10}}$

(3) 与式 $= \dfrac{7(3x+y)-2(5x-y)}{14} = \dfrac{21x+7y-10x+2y}{14} =$ $\boxed{\dfrac{11x+9y}{14}}$

(4) 与式 $= \dfrac{3(2x+y)-2(4x-y)}{6} = \dfrac{6x+3y-8x+2y}{6} =$ $\boxed{\dfrac{-2x+5y}{6}}$

(5) 与式 $= \dfrac{2(4x+3y)-3(2x+5y)}{6} = \dfrac{8x+6y-6x-15y}{6} =$ $\boxed{\dfrac{2x-9y}{6}}$

(6) ※ $3x-y$ を $\dfrac{3x-y}{1}$ と考えよう。

与式 $= \dfrac{3x-y}{1} - \dfrac{5x-4y}{3} = \dfrac{3(3x-y)-(5x-4y)}{3} = \dfrac{9x-3y-5x+4y}{3} =$ $\boxed{\dfrac{4x+y}{3}}$

(7) 与式 $= \dfrac{2(x-2y)-3(3x-4y)}{6} = \dfrac{2x-4y-9x+12y}{6} =$ $\boxed{\dfrac{-7x+8y}{6}}$

(8) 与式 $= \dfrac{2(5x-y)-3(2x-y)}{6} = \dfrac{10x-2y-6x+3y}{6} = \boxed{\dfrac{4x+y}{12}}$

5

(1) 与式 $= 1\times 2+1\times(-\sqrt{3})+2\sqrt{3}\times 2+2\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\times(\sqrt{3})^2-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}$

$= 2-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-6+2\sqrt{3} = \boxed{-4+\sqrt{3}}$

(2) 与式 $= (\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times 2+2^2-\dfrac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = 5-4\sqrt{5}+4+\dfrac{10\sqrt{5}}{5} = 5-4\sqrt{5}+4+2\sqrt{5} = \boxed{9-2\sqrt{5}}$

(3) 与式 $= (\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2-\dfrac{9\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = 6-2\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times\sqrt{2}+2-\dfrac{9\sqrt{3}}{3}$

$= 6-2\times 2\times\sqrt{3}+2-3\sqrt{3} = 8-4\sqrt{3}-3\sqrt{3} = \boxed{8-7\sqrt{3}}$

(4) 与式 $= (\sqrt{3})^2+5\sqrt{3}-2\sqrt{3}-10-\dfrac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = 3+3\sqrt{3}-10-\dfrac{6\sqrt{3}}{3} = -7+3\sqrt{3}-2\sqrt{3} = \boxed{-7+\sqrt{3}}$

(5) 与式 $= 2\times 3+10\sqrt{3}-5\sqrt{3}-25-3-5\sqrt{3} = 6+5\sqrt{3}-25-3-5\sqrt{3} = \boxed{-22}$

(6) 与式 $= 1-2\sqrt{5}+5-(1+2\sqrt{5}+5) = 1-2\sqrt{5}+5-1-2\sqrt{5}-5 = \boxed{-4\sqrt{5}}$

(7) 与式 $= 5+2\sqrt{5}+1-\sqrt{20}-2 = 4+2\sqrt{5}-2\sqrt{5} = \boxed{4}$

(8) 与式 $= 6+4\sqrt{6}-3\sqrt{6}-12-\sqrt{3}(2\sqrt{2}-\sqrt{3}) = -6+\sqrt{6}-2\sqrt{6}+3 = \boxed{-3-\sqrt{6}}$

6

(1) 展開しない方がラクです。

$(x-2)^2 = 12$, $x-2 = \pm\sqrt{12}$, $x-2 = \pm 2\sqrt{3}$, $\boxed{x = 2\pm 2\sqrt{3}}$

(2) $(x+2)(x-5) = -8$, $x^2-3x-10 = -8$, $x^2-3x-2 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 1\times(-2)}}{2\times 1}$, $x = \dfrac{3\pm\sqrt{9+8}}{2}$, $\boxed{x = \dfrac{3\pm\sqrt{17}}{2}}$

(3) $(x+2)(x+1) = 1$, $x^2+3x+2 = 1$, $x^2+3x+1 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 1\times 1}}{2\times 1}$, $x = \dfrac{-3\pm\sqrt{9-4}}{2}$, $\boxed{x = \dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}}$

(4) ※2乗の式以外が数なので, 展開しないとラクです。

$(x-2)^2-3 = 5$, $(x-2)^2 = 8$, $x-2 = \pm\sqrt{8}$, $x-2 = \pm 2\sqrt{2}$, $\boxed{x = 2\pm 2\sqrt{2}}$

(5) $(3x+1)(3x-1) = -6x$, $9x^2-1 = -6x$, $9x^2+6x-1 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times 9\times(-1)}}{2\times 9}$, $x = \dfrac{-6\pm\sqrt{36+36}}{18}$, $x = \dfrac{-6\pm\sqrt{36+36}}{18}$,

$x = \dfrac{-6\pm\sqrt{72}}{18}$, $x = \dfrac{-6\pm 6\sqrt{2}}{18}$, 3つの項を6で約分して, $\boxed{x = \dfrac{-1\pm\sqrt{2}}{3}}$

(6) $(x+2)(x-3) = -5$, $x^2-x-6 = -5$, $x^2-x-1 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 1\times(-1)}}{2\times 1}$, $x = \dfrac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$, $\boxed{x = \dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$

(7) $x(x-3) = -7(x-1)$, $x^2-3x = -7x+7$, $x^2+4x-7 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times 1\times(-7)}}{2\times 1}$, $x = \dfrac{-4\pm\sqrt{16+28}}{2}$, $x = \dfrac{-4\pm\sqrt{44}}{2}$,

$x = \dfrac{-4\pm 2\sqrt{11}}{2}$, $\boxed{x = -2\pm\sqrt{11}}$

(8) $x^2+2x = 9x-1$, $x^2-7x+1 = 0$,

解の公式より, $x = \dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 1\times 1}}{2\times 1}$, $x = \dfrac{7\pm\sqrt{49-4}}{2}$, $x = \dfrac{7\pm\sqrt{45}}{2}$,

$\boxed{x = \dfrac{7\pm 3\sqrt{5}}{2}}$

7

(1) **ア**について，a が正である関数 $y=ax^2$ は，x が負のときは x が増加すると y は減少し，x が正のときは x が増加すると y は増加するので，正しい。**イ**について，たとえば，a が正である関数 $y=ax^2$ は，x が負のときは x が増加すると y は減少するので，正しくない。**ウ**について，関数 $y=ax^2$ のグラフは，y 軸に対して対称な曲線なので，正しい。**エ**について，a が正である関数 $y=ax^2$ は，$x=0$ のとき y の値は最小値となるので，正しくない。以上から，正しいものは $\boxed{\text{ア，ウ}}$

(2) 条件①があてはまるのは，**ア，イ，オ**となり，条件②があてはまるのは，**ア，オ**となり，
条件③があてはまるのは，**ウ，エ，オ**となります。以上から，$\boxed{\text{オ}}$

(3) １次関数と比例について，$y=ax(+b)$ は，$a>0$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加する関数なので，当てはまる関数は**ア**となる。反比例について，$y=\dfrac{a}{x}$ は，$a<0$ のとき，x の値が増加すると y の値も増加する関数なので，当てはまる関数は**ウ**となる。関数 $y=ax^2$ について，$x<0$ の範囲では，$a<0$ のときに x の値が増加すると y の値も増加する関数なので，当てはまる関数は**カ**となる。以上から，$\boxed{\text{ア，ウ，カ}}$※よくわからないときはグラフを使って詳しく解説します。

(4) 条件①があてはまるのは，**ア，イ，ウ，エ**，
条件②があてはまるのは，**ア，エ，オ**，
条件③があてはまるのは，**エ，オ**です。
以上から，$\boxed{\text{エ}}$

(5) $x<0$ の範囲で，x の値が増加するときに，y の値が減少する関数は，$\boxed{\text{イ，ウ，オ}}$
※よくわからないときはグラフを使って詳しく解説します。

(6) y の変域が $0 \leqq y \leqq 8$ より，比例定数は正の数となります。x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ なので，$x=-4$ のとき，y の最大値 $y=8$ だから，$8=a\times(-4)^2$，　$16a=8$，　$\boxed{a=\frac{1}{2}}$

(7) $x>0$ の範囲で，x の値が増加するときに，y の値が減少する関数は$\boxed{\text{ア，ウ}}$

(8) A の y 座標は，$y=-\dfrac{8}{-2}=4$ となり，B の y 座標は，$y=-\dfrac{8}{4}=-2$ だから，直線 AB は，２点 $(-2,\ 4)$，$(4,\ -2)$ を通るので，$\boxed{y=-x+2}$　※直線の求め方がわからない場合は，説明します。

(9) 条件①があてはまるのは，**ア，イ，ウ，エ**，
条件②があてはまるのは，**ウ，エ**，
条件③があてはまるのは，**イ，ウ**です。
以上から，$\boxed{\text{ウ}}$

8

(1) $\sqrt{28n}=\sqrt{2^2\times7\times n}=2\sqrt{7\times n}$ であることから，$\sqrt{28n}$ の値が自然数となるような，もっとも小さい n の値は，$\boxed{n=7}$

(2) $5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25}$ であり，$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$ となるから，$\sqrt{25}<\sqrt{a}<\sqrt{28}$ を満たす整数 a の値は，$\boxed{\text{a=26，27}}$

(3) $\sqrt{10}<\sqrt{2a}$ について，$10=2a$，$a=5$ より，a が 5 より大きければよい。また，$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$ より，$\sqrt{2a}<\sqrt{18}$ について，$2a=18$，$a=9$ より，a が 9 より小さければよい。したがって，不等式を満たす整数 a の値は，$\boxed{\text{a=6，7，8}}$

(4) $4=\sqrt{4^2}=\sqrt{16}$ であり，$2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$ となるから，$\sqrt{16}<\sqrt{a}<\sqrt{20}$ を満たす整数 a の値は，$\boxed{\text{a=17，18，19}}$

(5) $\sqrt{8}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$ で，$5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$ だから，$\boxed{a=50}$

(6)　すべてを２乗して考えるとラクです。$\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^2=\frac{5}{3}$, $\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$, $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{4}{3}$ だから，$\frac{5}{3}=\frac{15}{9}$, $\frac{16}{9}$, $\frac{4}{3}=\frac{12}{9}$ を比較すると，$\boxed{\frac{2}{\sqrt{3}}<\sqrt{\frac{5}{3}}<\frac{4}{3}}$

(7)　すべてを２乗して考えるとラクです。$\left(\frac{4}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{16}{6}$, $\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$, $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{3}{2}$ だから，$\frac{16}{6}$, $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$ を比較すると，$\boxed{\frac{\sqrt{6}}{3}<\sqrt{\frac{3}{2}}<\frac{4}{\sqrt{6}}}$

(8)　$\sqrt{12}+\sqrt{a}=\sqrt{75}$,　$2\sqrt{3}+\sqrt{a}=5\sqrt{5}$,　$\sqrt{a}=3\sqrt{3}$,　$\sqrt{a}=\sqrt{27}$ だから，$\boxed{a=27}$

(9)　$3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{27}$ であり，$6=\sqrt{6^2}=\sqrt{36}$ となるから，$\sqrt{27}<\sqrt{a}<\sqrt{36}$ を満たす整数 a の値は，28〜35 までなので，個数は，$35-28+1=\boxed{8}$

(10)　$\sqrt{360n}=\sqrt{2^3\times3^2\times5\times n}=\sqrt{2^2\times3^2\times2\times5\times n}=2\times3\sqrt{2\times5\times n}$ であることから，$\sqrt{360n}$ の値が自然数となるような，もっとも小さい n の値は，$n=2\times5=\boxed{10}$

$\boxed{9}$

(1)　(①に座る生徒，②に座る生徒，③に座る生徒，④に座る生徒) とする。A，B の２人が隣り合う場合は，A，B が②と③あるいは③と④に座る場合であることに注意すると，場合の数は $(A,\ B,\ C,\ D)$, $(A,\ B,\ D,\ C)$, $(A,\ C,\ B,\ D)$, $(A,\ C,\ D,\ B)$, $(A,\ D,\ B,\ C)$, $(A,\ D,\ C,\ B)$, $(B,\ A,\ C,\ D)$, $(B,\ A,\ D,\ C)$, $(B,\ C,\ A,\ D)$, $(B,\ C,\ D,\ A)$, $(B,\ D,\ A,\ C)$, $(B,\ D,\ C,\ A)$, $(C,\ A,\ B,\ D)$ ☆, $(C,\ A,\ D,\ B)$, $(C,\ B,\ A,\ D)$ ☆, $(C,\ B,\ D,\ A)$, $(C,\ D,\ A,\ B)$ ☆, $(C,\ D,\ B,\ A)$ ☆, $(D,\ A,\ B,\ C)$ ☆, $(D,\ A,\ C,\ B)$, $(D,\ B,\ A,\ C)$ ☆, $(D,\ B,\ C,\ A)$, $(D,\ C,\ A,\ B)$ ☆, $(D,\ C,\ B,\ A)$ ☆の全部で $6\times4=24$(通り) で，A，B が隣り合うのは☆印の 8 通りなので，求める確率は，$\frac{8}{24}=\boxed{\frac{1}{3}}$

(2)　場合の数は，全部で $4\times4=16$(通り) である。(A が出したカード，B が出したカード，勝った人) とすると，$(1,\ 2,\ B)$, $(1,\ 4,\ B)$, $(1,\ 5,\ B)$, $(1,\ 6,\ B)$, $(3,\ 2,\ A)$, $(3,\ 4,\ B)$, $(3,\ 5,\ B)$, $(3,\ 6,\ B)$, $(5,\ 2,\ A)$, $(5,\ 4,\ A)$, $(5,\ 5,-)$, $(5,\ 6,\ B)$, $(8,\ 2,\ A)$, $(8,\ 4,\ A)$, $(8,\ 5,\ A)$, $(8,\ 6,\ A)$ となるから，A が勝つ確率は $\frac{7}{16}$ で，B が勝つ確率は $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ だから，勝ちやすい方は B さんでその確率は，$\boxed{\frac{1}{2}}$

(3)　(A，B，C) とすると，全部の場合は，$\underline{(2,\ +,\ 3)}$, $\underline{(2,\ +,\ 5)}$, $\underline{(2,\ \times,\ 3)}$, $\underline{(2,\ \times,\ 5)}$, $\underline{(4,\ +,\ 3)}$, $\underline{(4,\ +,\ 5)}$, $(4,\ \times,\ 3)$, $(4,\ \times,\ 5)$, $\underline{(6,\ +,\ 3)}$, $(6,\ +,\ 5)$, $(6,\ \times,\ 3)$, $(6,\ \times,\ 5)$ の 12 通りであり，計算結果が 10 以下となるのは下線をひいた 7 通りなので，確率は，$\boxed{\frac{7}{12}}$

(4)　場合の数は，全部で $5\times6=30$(通り) である。$(a,\ b)$ とすると，$a>b$ となるのは，$(2,\ 1)$, $(3,\ 1)$, $(3,\ 2)$, $(5,\ 1)$, $(5,\ 2)$, $(5,\ 3)$, $(5,\ 4)$, $(7,\ 1)$, $(7,\ 2)$, $(7,\ 3)$, $(7,\ 4)$, $(7,\ 5)$, $(7,\ 6)$ の 13 通りなので，確率は，$\boxed{\frac{13}{30}}$

(5)　１つのさいころを２回投げる場合の数は $6\times6=36$(通り) で，$(a,\ b)$ を座標とする点が関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフ上にあるのは，$(1,\ 6)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(6,\ 1)$ の４通りなので，グラフ上にある確率は $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ より，グラフ上にない確率は $1-\frac{1}{9}=\boxed{\frac{8}{9}}$

(6)　アについて，袋に戻して３個を取り出すので，全部で $3\times3=9$(通り) で，(1 回目，2 回目) とすると，積が 3 以上になる場合は，$(1,3)$，$(2,2)$，$(2,3)$，$(3,1)$，$(3,2)$，$(3,3)$ の６通りなので，確率は，$\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

イについて，素数が出る確率は，$\dfrac{3}{5}$

以上から，$\dfrac{2}{3}=\dfrac{10}{15}$，$\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{15}$ だから，確率の大きいのは $\boxed{\text{アで，}\dfrac{2}{3}}$

(7)　元に戻して，５枚のカードを引く場合は，全部で $5\times5=25$(通り) で，(a,b) とすると，$\dfrac{a}{b}$ が自然数になる場合は，$(2,2)$，$(3,3)$，$(4,2)$，$(4,4)$，$(6,2)$，$(6,3)$，$(6,6)$，$(8,2)$，$(8,4)$，$(8,8)$ の 10 通りなので，確率は，$\dfrac{10}{25}=\boxed{\dfrac{2}{5}}$

(8)　5 枚のカードを 2 枚並べる確率は，$5\times4=20$(通り) になる。赤の 2 枚を「赤 $_1$」，「赤 $_2$」，黄の 2 枚を「黄 $_1$」，「黄 $_2$」とすると，隣り合う部分が異なる色になる場合は，(B に塗るカード，C に塗るカード) とすると，(赤 $_1$, 黄 $_1$)，(赤 $_1$, 黄 $_2$)，(赤 $_1$, 黒)，(赤 $_2$, 黄 $_1$)，(赤 $_2$, 黄 $_2$)，(赤 $_2$, 黒)，(黄 $_1$，赤 $_1$)，(黄 $_1$，赤 $_2$)，(黄 $_1$，黒)，(黄 $_2$，赤 $_1$)，(黄 $_2$，赤 $_2$)，(黄 $_2$，黒) の 12 通りなので，確率は $\dfrac{12}{20}=\boxed{\dfrac{3}{5}}$

10　よく分からなかったら，質問してください。

(1)　条件①より，点 P は「AB の垂直二等分線上」にあり，PA ＝ PB となるので△ PAB は二等辺三角形であることから，$\angle \mathrm{PAB}=(180-120)\div2=30^\circ$ となるので，「AB を１辺とする正三角形 CAB」をかき，「∠ CAB の二等分線上」に点 P があります。よって，ひいた垂直二等分線と角の二等分線の交点が点 P となります。

(2)　条件①より，中心 O は「A を通り ℓ に垂直な直線上」にあり，条件②より「直線 ℓ と m を延長し」し，「その交点を角とする角の二等分線上」にある。よって，その２直線の交点が円の中心 O となります。

(3)　条件①より，点 P は「∠ BAC の二等分線上」にあり，条件②より $\angle \mathrm{ABP}=90^\circ$ なので，「AB を延長」し，「点 B を通り直線 AB に垂直な直線上」にある。よって，その２直線の交点が P となります。

(4)　「BC を延長」し，「点 A を通り直線 BC に垂直な直線」と「∠ ABC の二等分線」の交点が P となります。

(5)　「BE の垂直二等分線」と「2 直線 AB，CD の交点 F とする ∠BFC の二等分線」の交点が P となります。

(6)　「点 P による円の対称軸」を作図してから，「点 P を通る対称軸との垂線」を作図します。

(7)　「点 O を通り鏡の線に垂直な直線m」に対し，「点 A を通り直線mに垂直な直線ｎをひいてその交点を B」とし，「ｎ上に AB=BC となる点 C」をとり，「直線 OC と壁面との交点が P」となります。

(8)　AB が 1 辺とする正方形をかくと，対角線が $\sqrt{2}$ となる。「AB を延長し，点 A を通り AB に対する垂線」をひき，AB と等しい点 D をとる。「点 B と D から半径 AB の円を円をかき，交点を C」とする。点 A を中心とし，「半径 AC の円」をかきます。

11　立式が思いつかない場合は，x に具体的な数をあてはめて状況を把握しましょう。

(1) (a)　1 番目の周りの長さは $4\times4=16$(cm) であり，2 番目の周りの長さは，正方形 2 枚の周りの長さから，縦 $4-1=3$(cm)，横 $4-2=2$(cm) の長方形の周りの長さをひけばよいので，$16\times2-(3\times2+2\times2)=32-(6+4)=22$(cm) となる。このことから，正方形が 1 枚増えると周りの長さが $22-16=6$(cm) 増えることがわかるので，5 番目の周りの長さは，$16+6\times(5-1)=16+24=\boxed{40(\mathrm{cm})}$

(b)　(a) から，$16+6\times(n-1)=16+6n-6=\boxed{6n+10(\mathrm{cm})}$

(2) (a)　1 行目の数は，3，4，5，6，7，8，9 で，2 行目の数は，10，11，12，13，14，15，16 で，3 行目の数は 17，18，19，20，21，22，23 と 1 行増えると数が 7 増える。ここで，5 列目の数は 7，14，21，…と 7 の倍数となり，35 は $35 \div 7 = 5$ より，５行目５列目の数であり，34 は 35 より 1 小さい数なので，$\boxed{\text{５行目４列目}}$

(b)　(a) ７列目の数は 9，16，23，…となり，ｎ行目は 9 に 7 を $(n-1)$ 回たした数なので，ｎ行目７列目の数は，$9 + 7(n-1) = 9 + 7n - 7 = \boxed{7n+2}$

(3) (a)　1 枚のときの面積は $(5 \times 5) \times 2 - (1 \times 1) = 49(\text{cm}^2)$ であり，横に 1 枚増やしたとき，のり付け部分は２か所あるので，増える面積は，$49 - (1 \times 1) \times 2 = 47(\text{cm}^2)$ だから，横に 4 枚並べると，$49 + 47 \times (4-1) = 49 + 141 = \boxed{190(\text{cm}^2)}$

(b)　(a) より，横に n 枚並べたときの面積は，$49 + 47 \times (n-1) = 49 + 47n - 47 = \boxed{47n + 2(\text{cm}^2)}$

(4) (a)　1 個のときの表面積は $1 \times 6 = 6(\text{cm}^2)$ であり，縦と横に 1 個ずつ増やしたとき，増える表面積は，$1 \times 4 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$ だから，4 個ずつ並べると，$6 + 8 \times (4-1) = \boxed{30(\text{cm}^2)}$

(b)　(a) より，n 個のときの表面積は，1 個の立方体に，縦と横に $(n-1)$ 個ずつ増やしたので，$6 + 8 \times (n-1) = 6 + 8n - 8 = \boxed{8n - 2(\text{cm}^2)}$

(5) (a)　いちばん上の左から３番目の数は，3，9，15，21，…より，6 ずつ増えているので，８番目の数は $3 + 6 \times (8-1) = 3 + 42 = \boxed{45}$

(b)　いちばん上の左から m 番目の数は m で，上から n 番目の数はいちばん上の数から，6 を $(n-1)$ 回増やした数なので，$m + 6(n-1) = \boxed{6n + m - 6}$

(6) (a)　横線が５本のとき，横の長さは $5 - 1 = 4(\text{cm})$，縦線は 10 本になるので，縦の長さは $10 - 1 = 9(\text{cm})$ だから，$4 \times 9 = \boxed{36(\text{cm}^2)}$

(b)　横線が n 本のとき，横の長さは $n - 1(\text{cm})$，縦線は 2n 本になるので，縦の長さは $2n - 1(\text{cm})$ だから，$(n-1)(2n-1) = 2n^2 - n - 2n + 1 = \boxed{2n^2 - 3n + 1}$

(7)　１辺が５ cm のひし形を，１辺の長さを両方向に１ cm ずつ拡大すると，１辺が 2cm ずつ大きくなっていくので，上から n 段目のひし形の１辺の長さは，$5 + 2(n-1) = 2n + 3(\text{cm})$ だから，周りの長さは，$(2n+3) \times 4 = \boxed{8n + 12(\text{cm})}$

(8)　1 個のときの表面積は $3^2 \times 6 = 54(\text{cm}^2)$ であり，縦に 1 個ずつ増やしたとき，増える表面積は，$3^2 \times 4 = 36(\text{cm}^2)$ です。n 個のときの表面積は，1 個の立方体に，縦に $(n-1)$ 個増やしたので，$54 + 36 \times (n-1) = 54 + 36n - 36 = \boxed{36n + 18(\text{cm}^2)}$

(9) (a)　横線は最初１本で，２本ずつ増えていくので，６番目の横線の数は，$1 + 2 \times (6-1) = 11(\text{本})$，縦線は $6 \times 2 = 12(\text{本})$ となり，交点の数は (横線) × (縦線の数) だから，$11 \times 12 = \boxed{132(\text{本})}$

(b)　(a) より，n 番目の横線の数は，$1 + 2 \times (n-1) = 2n + 1(\text{本})$ で，縦線は $n \times 2 = 2n(\text{本})$ となるから，交点の数は $(2n+1) \times 2n = \boxed{4n^2 + 2n(\text{本})}$

$\boxed{12}$　立式が思いつかない場合は，x を具体的な数にして状況を把握しましょう。

(1)　正方形 (B) の１辺の長さを $x$cm とすると，正方形 A の１辺の長さは $x + 3(\text{cm})$，正方形 C の１辺の長さは $x - 3(\text{cm})$ と表され，３つの正方形の面積の和が 93cm^2 となることから，

$(x+3)^2 + x^2 + (x-3)^2 = 93$,　$x^2 + 6x + 9 + x^2 + x^2 - 6x + 9 = 93$,　$3x^2 = 93 - 9 - 9$,　$3x^2 = 75$,

$x^2 = 25$,　$x = \pm 5$,　$0 < x$ より，$x = 5$　よって，正方形 A の１辺の長さは 8cm，正方形 C の１辺の長さは 2cm となるので，３つの正方形の周りの長さの合計は，$8 \times 4 + 5 \times 4 + 2 \times 4 = 32 + 20 + 8 = 60(\text{cm})$

(2)　道を寄せると，花壇の縦の長さは $8-x$(m)，横の長さは $12-2x$(m) と表される。花壇と道の面積が等しくなるということは，花壇の面積は長方形の面積の半分となるので，

$(8-x)(12-2x)=8\times12\times\frac{1}{2}$,　$96-16x-12x+2x^2=48$,　$2x^2-28x+48=0$,　両辺を２でわって，$x^2-14x+24=0$,　$(x-2)(x-12)=0$,　$0<x<6$ より，$x=2$　よって，道の幅は $\boxed{2\text{m}}$

(3)　定価は 1500 円の x 割増しなので，$1500\times(1+\frac{x}{10})$(円) と表され，売れ残りはこの定価の x 割引きで売ったので，$1500(1+\frac{x}{10})\times(1-\frac{x}{10})$(円) と表される。これが 1440 円となるから，$1500(1+\frac{x}{10})(1-\frac{x}{10})=1440$ を解いていきます。

$1500(1+\frac{x}{10})(1-\frac{x}{10})=1440$,　$1500(1-\frac{x^2}{100})=1440$,　$1500-15x^2=1440$,　$-15x^2=-60$,　$x^2=4$,　$x=\pm2$,　$0<x$ より，$x=2$ となり，$\boxed{2\text{割}}$

(4)　１個 100 円の x %引きは，$(100-x)$ %になるので，$(100-x)$ %$=\frac{100-x}{100}$ より，$100\times\frac{100-x}{100}=100-x$(円) となり，200 個の $2x$ %増しは，$(100+2x)$ %になるので，$(100+2x)$ %$=\frac{100+2x}{100}$ より，$200\times\frac{100+2x}{100}=200+4x$(個) となります。売り上げが 8 %増加したとき，108 %になるので，$(100\times200)\times\frac{108}{100}=21600$(円) になるから，$(100-x)(200+4x)=21600$ を解いていきます。

$(100-x)(200+4x)=21600$,　$20000+200x-4x^2=21600$,　$-4x^2+200x-1600=0$,　両辺を -4 でわって，$x^2-50x+4000=0$,　$(x-10)(x-40)=0$,　$0<x<100$ より，$\boxed{(\text{x=10，40})}$

(5)　$\boxed{\text{野菜畑の縦の長さを } x\text{cm}}$ とします。土地の縦の長さは，$1+x+1=x+2$(cm) で，野菜畑の縦の長さは $x$cm で，花だんの横の長さは野菜畑の縦の長さの半分なので，$\frac{1}{2}x$cm だから，土地の横の長さは，$1+x+1+\frac{1}{2}x+1=\frac{3}{2}x+3$(cm) になります。長方形の土地が 96m^2 になるので，

$(x+2)(\frac{3}{2}x+3)=96$,　$\frac{3}{2}x^2+6x+6=96$,　両辺に２をかけて，$3x^2+12x+12=192$,　$3x^2+12x-180=0$,　両辺を３でわって，$x^2+4x-60=0$,　$(x-6)(x+10)=0$,　$x>0$ より，$x=6$　よって，土地の縦の長さは $6+2=\boxed{8(\text{cm})}$

(6)　x 秒後の AP の長さは $(6-x)$cm，BC の長さは 8cm だから，△ ABP の面積は，$AP\times BC\times\frac{1}{2}=4(6-x)(\text{cm}^2)$ となり，BQ の長さは $(8-x)$cm，PC の長さは $x$cm だから，△ PBQ の面積は，$BQ\times PC\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x(8-x)(\text{cm}^2)$ となるので，$4(6-x)=\frac{1}{2}x(8-x)$,　両辺に 2 をかけて，$8(6-x)=x(8-x)$,　$48-8x=8x-x^2$,　$x^2-16x+48=0$,　$(x-4)(x-12)=0$,　$0<x<6$ より，$x=4$ だから，$\boxed{4\text{秒後}}$

(7)　大きい厚紙は１辺が $x$cm の正方形が３枚，１辺が $x$cm で他方の辺が１ cm の長方形が２枚の和だから，$x^2\times3+x\times2=3x^2+2x(\text{cm}^2)$ となり，小さい厚紙は，１辺が $x$cm の正方形が１枚，１辺が $x$cm で他方の辺が１ cm の長方形が６枚，１辺が１ cm の正方形が８枚の和だから，$x^2\times1+x\times6+1\times8=x^2+6x+8(\text{cm}^2)$ となる。面積の差は 40cm^2 なので，(大きい厚紙) − (小さい厚紙) $=40$ となるので，$(3x^2+2x)-(x^2+6x+8)=40$,　$3x^2+2x-x^2-6x-8=40$,　$2x^2-4x-48=0$,　両辺を２でわって，$x^2-2x-24=0$,　$(x+4)(x-6)=0$,　$x>0$ より，$\boxed{x=6}$

(8)　直方体の縦の長さは，$x-5\times2=x-10$(cm) で，もとの厚紙の横の長さは，$x+6$(cm) より，直方体の横の長さは，$x+6-5\times2=x-4$(cm) で，直方体の高さは 5cm となる。容積が 360cm^3 になるから，$(x-10)(x-4)\times5=360$,　両辺を５でわって，$(x-10)(x-4)=72$,　$x^2-14x+40=72$,　$x^2-14x-32=0$,　$(x+2)(x-16)=0$,　$x>10$ より，$x=16$ なので，もとの厚紙の縦の長さは $\boxed{16\text{cm}}$

(9)　点 P，Q が出発してから x 秒後に，△ PBQ の面積が 12 cm^2 となるとすると，点 P は点 A から点 B までを秒速 3cm で進むことから，AP= $3x$cm だから，PB=$(18-3x)$cm で，点 Q は点 P と同時に点 B を出発し，点 C までを秒速 1cm で進むことから，QB= $x$cm となるので，$AP \times QB \times \dfrac{1}{2} = 12$，$(18-3x) \times x \times \dfrac{1}{2} = 12$，　両辺に 2 をかけて，$x(18-3x) = 24$，　$-3x^2+18x = 24$，$-3x^2+18x-24=0$，　両辺を -3 でわって，$x^2-6x+8=0$，　$(x-2)(x-4)=0$，　$0<x<6$ より，$x=2, 4$ となるから，**2 秒後，4 秒後**

13

(1) (a)　もとのデータから数えると 4 は 6 個，8 は 2 個あるので，**ア：6，イ：2**（※イは，合計から他の人数をひいてもいいですが，同じように数えるほうが早いです。）

(b)　データの数が 25 個より，中央値は小さい方から 13 番目のデータとなる。表から，$1+3+2+6=12$(人)，$12+4=16$(人) より，小さい方から 13 番目のデータは 5 本なので，中央値は，**5 本**

(c)　25 人の合計は，$0\times1+1\times0+2\times3+3\times2+4\times6+5\times4+6\times2+7\times3+8\times2+9\times1+10\times1 = 6+6+24+20+12+21+16+9+10 = 124$(本) であり，先生を入れた 26 人の平均値が 5 本であることから，26 人の合計は，$26\times5=130$(本) となる。したがって，先生の入った本数は，$130-124=$**6(本)**

(2) (a)　60 分以上 120 分未満の相対度数は，$5 \div 25 = 0.20$ より，累積相対度数は，$0.08+0.20=0.28$ となる。よって，120 分以上 180 分未満の相対度数は，$0.68-0.28=$**0.40**

(b)　(a) より 120 分以上 180 分未満の度数は $25\times0.40=10$(人) であり，180 分以上 240 分未満の度数は，$25-(2+5+10+1)=7$(人) となる。表の平均値は (階級値) × (度数) の合計を人数の 25 人でわって求めるから，$(30\times2+90\times5+150\times10+210\times7+270\times1)\div25 = (60+450+1500+1470+270)\div25 = 3750\div25=$ **150(分)**

(3) (a)　A 組で的に 8 回以上当てた人数は，$3+2+1=6$(人) なので，相対度数は，$6\div20=$**0.3**

(b)　20 人なので，中央値は小さい方から 10 番目と 11 番目の値の平均値となる。A 組について，$1+2+3=6$，$6+5=11$ より，小さい方から 10 番目も 11 番目も 3 回より A 組の中央値は 3 回。B 組について，$1+3+2+2+1=9$，$9+3=12$ より，小さい方から 10 番目も 11 番目も 5 回より B 組の中央値は 5 回となる。また，最頻値について，A 組は 5 人の 3 回，B 組は 4 人の 6 回となる。今回は，どちらでも使えるが，場合によっては最頻値は利用できなこともあるので注意。

中央値に着目

理由：A 組の中央値は 3 回，B 組の中央値は 5 回なので，B 組の方が多くなっているから。

最頻値に着目

理由：A 組の最頻値は 3 回，B 組の最頻値は 6 回なので，B 組の方が多くなっているから。

(4) (a)　みさきさんの表より，0m 以上 500m 未満の人数が 12 人で，たかしさんの表より，0m 以上 300m 未満の生徒の人数が 6 人なので，300m 以上 500m 未満の人数は $12-6=6$(人) となる。このことと，たかしさんの表より，300m 以上 600m 未満の生徒の人数が 16 人なので，500m 以上 600m 未満の生徒の人数は $16-6=$ 10(人)

(b)　自分より短い生徒が 3 年生の半分以上いるかどうかは，中央値と比較します。生徒の人数が 105 人なので，中央値は小さいほうから 53 番目の値となる。たかしさんの表より，$6+16+11+18=51$(人) で，$51+25=76$(人) だから，中央値は 1200m 以上 1500m 未満の階級に含まれる。

正しくない。

理由：中央値は 1200m 以上 1500m 未満の階級に含まれるので，1200m より短い生徒は 3 年生の半分以上いるとはいえない。

(5) (a)　アトラクション B のデータのもっとも度数が大きいのは 486 人の 20 分以上 30 分未満の階級で，最頻値はその階級値なので，$(20+30)\div 2=$ 25(分)

(b)　アトラクション A について，20 分以上 30 分未満の階級の累積相対度数は，$0.04+0.15+0.45=0.64$ であり，アトラクション B について，20 分以上 30 分未満の階級の累積相対度数は，$0.03+0.29+0.38=0.70$ である。よって，アトラクション B の方が累積相対度数が小さいので，待ち時間が短くなりそうです。よって，

「アトラクション B」を選び，

理由：アトラクション A の 20 分以上 30 分未満の階級の累積相対度数は 0.64 で，アトラクション B の 20 分以上 30 分未満の階級の累積相対度数は 0.70 より，累積相対度数はアトラクション B の方が大きいから。

(6) (a)　太郎さんのクラスの範囲は，$11-0=$ 11(冊) で，花子さんのクラスの範囲は，$5-1=$ 4(冊)

(b)　最頻値は，太郎さんのクラスは 1 冊で，花子さんのクラスは 4 冊だから，最頻値で比べると花子さんのクラスの方が本を読む人が多いといえます。よって，

太郎さんのクラスの最頻値は 1 冊，花子さんのクラスの最頻値は 4 冊で，
花子さんのクラスの最頻値の方が大きいから。

(7) (a)　$(0\times 0+1\times 0+2\times 1+3\times 1+4\times 0+5\times 1+6\times 1+7\times 3+8\times 1+9\times 2+10\times 0)\div 10=(2+3+5+6+21+8+18)\div 10=63\div 10=$ 6.3(本)

(b)　たけしくんの最頻値は 7 本，まさおくんの最頻値は 8 本なので，最頻値で比べるとまさおくんの方が多くのピンを倒すと予想できる。なお，中央値は，小さいほうから 5 番目と 6 番目の値の平均値であり，たけしくんの中央値は，5 番目の 7 本と 6 番目の 7 本の平均値の 7 本，まさおくんの中央値は，5 番目の 6 本と 6 番目の 8 本の平均値の 7 本より，中央値は同じになる。まさおくんの平均値について，$(0\times 0+1\times 0+2\times 0+3\times 1+4\times 1+5\times 2+6\times 2+7\times 0+8\times 3+9\times 0+10\times 1)\div 10=(3+4+10+12+24+10)\div 10=63\div 10=6.3$(本) だから，(a) と比較して平均値は同じになる。

最頻値

たけしくんの最頻値は 7 本，まさおくんの最頻値は 8 本なので，最頻値で比べるとまさおくんの方が多くのピンを倒すと予想できる。

(8) (a)　度数分布表から平均値を求める方法についてまとめます。各階級について，ア：階級値と度数の積をそれぞれ求め，その合計を求める。合計値をイ：総度数 (20) でわる。

(b)　11 月に行った４試合の得点を加えると下のようになる。

階級 (点)	20 試合の度数 (回)	24 試合の度数 (回)
以上　未満 25〜30	2	2
30〜35	0	2
35〜40	5	5
40〜45	4	6
45〜50	4	4
50〜55	3	3
55〜60	2	2
計	20	24

範囲は，表より変わらない。

最頻値について，20 試合のときは $(35+40)\div 2=37.5$(点) で，24 試合のときは $(40+45)\div =42.5$(点) だから，変わる。

中央値を含む階級について，20 試合のときは，小さいほうから 10 番目と 11 番目の値の平均値なので，$2+5=7$(回)，$7+4=11$(回) より，中央値は 40 点以上 45 点未満の階級に含まれる。24 試合のときは，小さいほうから 12 番目と 13 番目の値の平均値なので，$2+2+5=9$(回)，$9+6=15$(回) より，中央値は 40 点以上 45 点未満の階級に含まれる。よって，変わらない。

45 点以上得点した試合の割合について，20 試合のときは，$(4+3+2)\div 20=0.45$ で，24 試合のときは，$(4+3+2)\div 24=0.375$ だから変わる。

以上のことから，変わらないものはア，ウ

(9) (a)　さきさんが投げた回数は $3+7+8+1=19$(回) より，中央値は小さいほうから 10 番目なので，$3+7=10$(回) だから，中央値が含まれている階級は60 点以上 90 点未満の階級

(b)　りんさんが投げた回数は $5+1+2+7+3+2=20$(回) より，中央値は小さいほうから 10 番目と 11 番目の値の平均値なので，$5+1+2=8$(回)，$8+7=15$(回) だから，りんさんの中央値が含まれている階級は 90 点以上 120 点未満になる。よって，

りんさんの方が得点が高いと予想できる

理由：りんさんの中央値が含まれている階級は 90 点以上 120 点未満で，さきさんの 60 点以上 90 点未満の階級だから，りんさんの方が得点が高いと予想できる。

14　関数の問題では，分かった情報はのちに使うことが多いので，どんどん書き込んでいきましょう。

A (a)　B の x 座標は 4 より，$y=\frac{1}{3}x^2$ に $x=4$ を代入すると，$y=\frac{1}{3}\times 4^2=\frac{16}{3}$ より，$\boxed{\mathrm{B}(4,\frac{16}{3})}$

(b)　B と同様に考えると，A の y 座標は，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$ となるので，A$(-3,\ 3)$ となる。直線 AB について A から B の x の増加量は $4-(-3)=7$，y の増加量は $\frac{16}{3}-3=\frac{16}{3}-\frac{9}{3}=\frac{7}{3}$ となるので，直線 AB の傾きは，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=(y\text{の増加量})\div(x\text{の増加量})=\frac{7}{3}\div 7=\frac{1}{3}$ となるので，直線 AB は，$y=\frac{1}{3}x+m$ と表され，A$(-3,\ 3)$ を代入すると，$3=\frac{1}{3}\times(-3)+m,\quad m=4$ となるので，直線 AB は，$y=\frac{1}{3}x+4$ となる。AB と y 軸との交点を P とすると，P$(0,\ 4)$ となるから，$\triangle\mathrm{AOB}=\triangle\mathrm{AOP}+\triangle\mathrm{BOP}=4\times 3\times\frac{1}{2}+4\times 4\times\frac{1}{2}=6+8=\boxed{14}$

(c)　$\triangle\mathrm{AOC}=\triangle\mathrm{AOD}$ より，どちらも底辺を AO とすると，高さが等しくなるので，CD//AO となる。このことから，CD の傾きは，AO の傾きと等しくなるので，AO の傾きは，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-3}{3}=-1$ となるから，CD の直線は，$y=-x+n$ と表すことができる。ここで C は OB の中点であり，x 座標は $4\times\frac{1}{2}=2$，y 座標は $\frac{16}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{8}{3}$ だから，C$(2,\frac{8}{3})$ であり，これを CD の式に代入すると，$\frac{8}{3}=-2+m,\quad m=\frac{8}{3}+2=\frac{14}{3}$ となるので，直線 CD は，$y=-x+\frac{14}{3}$ となる。D は y 軸上にあるので，この直線の切片なので，$\boxed{\mathrm{D}(0,\frac{14}{3})}$

B (a)　$y=ax^2$ に A$(-2,\ 2)$ を代入すると，$2=a\times(-2)^2$，$2=4a$，$\boxed{a=\frac{1}{2}}$

(b)　(a) より，B の y 座標は，$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$ より，B$(4,\ 8)$ となる。A$(-2,\ 2)$ より，直線 AB の傾きは，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{8-2}{4-(-2)}=\frac{1}{1}=1$ となるので，$y=x+b$ と表すことができる。ここに B$(4,\ 8)$ を代入すると，$8=4+b$，$4=b$ より，$y=x+4$ となる。この直線と y 軸との交点を D とすると，D$(0,\ 4)$ より，$\triangle\mathrm{AOB}=\triangle\mathrm{AOD}+\triangle\mathrm{OBD}=4\times 2\times\frac{1}{2}+4\times 4\times\frac{1}{2}=4+8=\boxed{12}$

(c)　$\triangle\mathrm{AOB}=\triangle\mathrm{AOC}$ より，どちらも底辺を AO とすると，高さが等しくなるので，BC//AO となる。このことから，BC の傾きは，AO の傾きと等しくなるので，AO の傾きは，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{-2}{2}=-1$ となるから，BC の直線は，$y=-x+m$ と表すことができる。ここに B$(4,\ 8)$ を代入すると，$8=-4+m$，$12=m$ より，$\boxed{y=-x+12}$

C (a)　$y=bx^2$ に C$(2,\ -3)$ を代入すると，$-3=b\times 2^2$，$-3=4b$，$\boxed{b=-\frac{3}{4}}$

(b)　$a>0$ より $y=ax^2$ は上に開いたグラフになる。$x=0$ のとき y の最小値が 0 であり，$x=-3$ のとき y の最大値は $y=a\times(-3)^2=9a$ だから，y の変域は，$\boxed{0\leqq y\leqq 9a}$

(c)　A の y 座標は，$y=a\times(-1)^2=a$ より，A$(-1,\ a)$ となり，B の y 座標は，$y=a\times 5^2=25a$ より，B$(5,\ 25a)$ となり，CD は x 軸に平行なので，D の座標は，D$(-2,\ -3)$ となる。$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{DBC}$ より，BC を底辺とすると，高さが等しくなるので，AD//BC となる。以上から AD と BC の傾きが等しくなることから方程式をつくる。AD の傾きは，$\frac{a-(-3)}{-1-(-2)}=\frac{a+3}{1}=a+3$ となり，BC の傾きは，$\frac{25a-(-3)}{5-2}=\frac{25a+3}{3}$ となる。以上から，$a+3=\frac{25a+3}{3}$，両辺に 3 をかけて $3a+9=25a+3$，$-22a=-6$，$a=\frac{-6}{-22}$，$\boxed{a=\frac{3}{11}}$

D (a)　$x=0$ のとき y の最小値が 0 であり，$x=-4$ のとき y の最大値は $y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=\frac{1}{2}\times16=8$ だから，y の変域は，$\boxed{0\leqq y\leqq 8}$

(b)　B の y 座標は，$y=a\times(-4)^2=16a$，C の y 座標は，$y=a\times2^2=4a$ だから，傾き $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{4a-16a}{2-(-4)}=\frac{-12a}{6}=\boxed{-2a}$

(c)　四角形 ABCD と四角形 AECD は，線分 AD，DC が重なっているので，△ ADC は考える必要がない。つまり，△ ABC ＝△ AEC となるので，底辺が AC で共通なので，BE//AC となることがわかります。よって，BE の傾きと AC の傾きが等しくなることから方程式をつくる。(b) より B$(-4,\ 16a)$，E の x 座標は -2 より，y 座標は，$y=a\times(-2)^2=4a$ なので，BE の傾きは，$\frac{4a-16a}{-2-(-4)}=\frac{-12a}{2}=-6a$ となります。また，(a) より A$(-4,\ 8)$，(b) より C$(2,\ 4a)$ なので，AC の傾きは，$\frac{4a-8}{2-(-4)}=\frac{4a-8}{6}=\frac{2a-4}{3}$ となる。以上から，$-6a=\frac{2a-4}{3}$，　両辺に 3 をかけて，$-18a=2a-4$，　$-20a=-4$，　$\boxed{a=\frac{1}{5}}$

E (a)　関数 $y=ax^2$ の x の値が p から q まで増加するときの変化の割合は，$a(p+q)$ だから，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ の x の値あたいが 4 から 6 まで増加するときの変化の割合は $\frac{1}{4}\times(4+6)=\boxed{\frac{5}{2}}$

(b)　A の x 座標は -2 より，y 座標は，$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$，AD は x 軸と平行なので，D$(2,\ 1)$ となるから，AD$=2-(-2)=4$ となる。AD：AB ＝１：２なので，AB ＝ $2\times4=8$ となるので，B の y 座標は $1-8=-7$ となる。したがって，B の x 座標は -2 なので，$y=ax^2$ に B$(-2,\ -7)$ 代入すると，$-7=a\times(-2)^2$，　$-7=4a$，　$\boxed{a=-\frac{7}{4}}$

(c)　長方形 ABCD の面積を 2 等分する直線は ABCD の対角線の交点を通る。また，対角線の交点は，それぞれの対角線の中点となる。ここで，(a)，(b) より，D$(2,\ 1)$，B$(-2,\ -7)$ となるから，DB の中点を M とすると，M の x 座標は $(2-2)\div=0$，y 座標は，$(1-7)\div2=-3$ なので，M$(0,\ -3)$ となる。P$(-2,\ 0)$ だから，2 点を通る直線は，$\boxed{y=-\frac{3}{2}x-3}$

F (a) $a=\frac{3}{4}$　（※ B の y 座標が $y=\frac{3}{2}\times(-2)+6=3$ より，B$(-2,\ 3)$ を代入する）

(b)　15cm^2　（※ C の y 座標が $y=-\frac{1}{2}\times(-2)^2=-2$ より△ BCA$=\frac{1}{2}\times BC\times$(A と B の x 座標の差)）

(c)　$y=\frac{3}{2}x+1$　（※△ BCA ＝△ BPA より，P は点 C を通り直線 AB と平行な直線であり，AB の傾きは $\frac{12-3}{4-(-2)}=\frac{3}{2}$ で，C$(-2,-2)$ を通る直線を求めます）

G (a)　D の x 座標は 4，y 座標は $y=a\times4^2=16a$ であり，C の x 座標は 2 だから，E の x 座標は -2 となるので，y 座標は $y=a\times(-2)^2=4a$ である。DE の傾きは，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\frac{16a-4a}{4-(-2)}=\frac{12a}{6}=\boxed{2a}$

(b)　G$(0,\ -4)$，H$(4,\ -4)$，I$(4,\ 0)$ とすると，△ OAB の面積は，正方形 OGHI の面積から△ OGA，△ AHB，△ OBI の面積をひけばいいので，

△ OAB$=4^2-4\times2\times\frac{1}{2}-(4-2)\times\{-2-(-4)\}\times\frac{1}{2}-4\times2\times\frac{1}{2}=16-4-2-4=6$ なので，台形 CDFE の面積は $6\times6=36$ となります。(a) より，台形 CDFE について，上底は $4-(-4)=8$，下底は $2-(-2)=4$，高さは $16a-4a=12a$ だから，$(8+4)\times12a\div2=36$，$12\times6a=36$，　$72a=36$，　$\boxed{a=\frac{1}{2}}$

H (a)　$y = ax^2$ について，$x = 0$ のとき y の最小値が 0 であり，$x = 6$ のとき y の最大値は $y = a \times 6^2 = 36a$ だから，y の変域は，$\boxed{0 \leqq y \leqq 36a}$

(b)　(a) より，B(6, $36a$) だから，OB の傾きは，$\dfrac{36a}{6} = 6a$ となる。直線 AC は，A(-4, $16a$) を通り，傾きが $6a$ となる直線なので，AC：$y = 6ax + 40a$ となる。C は x 軸上の点より，y 座標は 0 であるから，x 座標は，$0 = 6ax + 40a$，　$-6ax = 40a$，　$x = -\dfrac{20}{3}$ となるから，△BCO の面積について，$\dfrac{20}{3} \times 36a \times \dfrac{1}{2} = 45$，　$120a = 45$，　$\boxed{a = \dfrac{3}{8}}$

I (a)　B の x 座標は -4 で，y 座標は，$y = -4 + 8 = 4$ なので，B(-4, 4) となるから，a の値は，$4 = a \times (-4)^2$，　$4 = 16a$，　$\boxed{a = \dfrac{1}{4}}$

(b)　D の y 座標は 0 なので，x 座標は，$0 = x + 8$，　$x = -8$ なので，△BOD の面積は，$8 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = \boxed{16}$

(c)　四角形 OBCA と△OBP，線分 OB，BC が重なっているので，△OBC は考える必要がない。つまり，△OAC ＝△OPC となればいいので，底辺が OC で共通なので，OC//AP となることがわかります。よって，直線 AP は A(2, 1)，傾きが OC の傾きと等しくなるので，$y = -7x + 15$ となる。よって，P は直線 $y = -7x + 15$ と直線 $y = x + 8$ の交点なので，連立して解くと，$\boxed{\mathrm{P}(\dfrac{7}{8}, \dfrac{71}{8})}$

15

(1) (a)　△ABM と△ECN において，

仮定より，AM//FN となり，平行線の同位角が等しいので，∠AMB ＝∠FNB…①

対頂角は等しいので，∠FNB ＝∠ENC…②

①，②より，∠AMB ＝∠ENC…③

また，平行四辺形 ABCD より，AB//DE であり，

　平行線の錯角は等しいので，∠ABM ＝∠ECN…④

③，④から，２組の角がそれぞれ等しいので△ABM ∽△ECN（証明終）

(b)　M は BC の中点なので，BM ＝ CM ＝ $\dfrac{1}{2}$BC であり，N は MC の中点なので，NC ＝ $\dfrac{1}{2}$CM ＝ $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}$BC ＝ $\dfrac{1}{4}$BC となる。(a) より△ABM ∽△ECN であり，相似比は，BM：CN ＝ $\dfrac{1}{2}$BC：$\dfrac{1}{4}$BC ＝ $\dfrac{1}{2} : \dfrac{1}{4}$ ＝ 2：1 となるから，AM：EN ＝ 2：1，AM：1 ＝ 2：1，AM ＝ 2(cm) となる。ここで，AD//BM より平行線の線分の比から，AG：MG ＝ AD：BM ＝ BC：$\dfrac{1}{2}$BC ＝ 2：1 となるから，AG：AM ＝ 2：(2 + 1) ＝ 2：3 となるので，AG ＝ $\dfrac{2}{3}$AM ＝ $\dfrac{2}{3} \times 2 = \boxed{\dfrac{4}{3}(\mathrm{cm})}$

(2) (a)　△HIJ と△CGJ において，

仮定より，AE=BF=1cm…①，平行四辺形 ABCD より，AE//BF…②，AB//DC…③

四角形 ABFE について，

　①，②より１組の対辺が平行で等しいので，四角形 ABFE は平行四辺形…④

よって，AB//EF…⑤となり，③と⑤より，EF//DC…⑥

ここで, EF//DC より, 平行線の錯角は等しいので, ∠JHI ＝∠JCG…⑦, ∠JIH ＝∠JGC…⑧

以上から，２組の角がそれぞれ等しいので△HIJ ∽△CGJ（証明終）

(b)　(a) より，EH//DC より平行線と線分の比から，EH：DC = AE：AD，EH：4 = 2：7，7EH = 8，EH = $\frac{8}{7}$(cm) となる。CG = DC − DG = 4 − 1 = 3(cm) より，同様にして，IF：GC = BF：BC，IJ：3 = 2：7，7IJ = 6，IJ = $\frac{6}{7}$(cm) となる。よって，HI = EF − (EH + IF) = $4-(\frac{8}{7}+\frac{6}{7})=4-2=2$(cm) となるので，△HIJ と△CGJ の相似比は，HI：CG = 2：3 なので，面積比は，$2^2:3^2=$ 4:9

(3) (a)　平行四辺形 ABCD より，ED//BF…①，AD = BC…②，AB//DC…③

E，F は AD，BC の中点であり，AD = BC であることから，ED = BF…④

よって，①，④より，１組の対辺が平行で等しいから，四角形 EBFD は平行四辺形となるので，EB//DF…⑤となる。

△BGH と△DCI について，

AB//DC より平行線の錯角は等しいので，∠BGH =∠DCI…⑥

対頂角は等しいので，∠GHB =∠IHE…⑦

EB//DF より平行線の同位角は等しいので，∠IHE =∠CID…⑧

よって，⑦，⑧より，∠GHB =∠CID…⑨

以上から，⑥，⑨より，２組の角がそれぞれ等しいので△BGH ∽△DCI（証明終わり）

(b)　2BF = BC であり，△BFI と△BCI は底辺をそれぞれ BF，BC とすると高さが等しくなるので，面積比は底辺の比と等しくなる。よって，△BCI = 2△BFI = 2 × 12 = 24(cm^2) となる。(a) より，GH：CI = GB：DC = GB：AB = 3：(1+3) = 3：4 となり，△BHG と△BCI について，底辺をそれぞれ GH，CI とすると高さが等しくなるので，面積比は底辺の比と等しくなる。よって，△BHG：△BCI = GH：CI，△BHG：24 = 3：4，4△BHG = 24 × 3，△BHF = 18(cm^2) となる。また，△BGH と△DCI は相似で相似比は 3：4 だから，面積比は $3^2:4^2=9:16$ となるので，△BGH：△DCI = 9：16，18：△DCI = 9：16，9△DCI = 18 × 16，△DCI = 32(cm^2)

(4) (a)　△DGJ と△DCH について，

∠BDC の角の二等分線より，∠GDJ =∠CDH…①

AD//BC より平行線の錯角は等しいから∠ADB =∠DBH…②

仮定より，∠ADB =∠DCF…③

よって，②，③より，∠DBH =∠DCF…④

三角形の内角と外角の関係より，△DBH について，∠DHC =∠GDJ +∠DBH…⑤

三角形の内角と外角の関係より，△DJC について，∠DJG =∠CDH +∠DCF…⑥

よって，①，④，⑤，⑥より，∠DHC =∠DJG…⑦

以上から，①，⑦より，２組の角がそれぞれ等しいので△DGJ ∽△DCH（証明終わり）

(b)　△DGJ ∽△DCH なので，DJ：DH = DG：DC = 1：2 なので，J は DH の中点になる。△DHC と△JHC は底辺を DH，JH とすると，高さが等しいので，△DHC と△JDC の面積比は，DH：JH = 2：1 より，△DHC = 2 × 14 = 28(cm^2) となる。よって，△DGJ と△DCH は相似で相似比は１：２だから，面積比は $1^2:2^2=1:4$ となるので，△DGJ= $\frac{1}{4}\times 28=$ 7(cm^2)

(5) (a)　△CDA（△ABC でも OK）

(b)　△FDC と△CDA において，

平行線の対辺はそれぞれ等しいので，AB = CD = 6cm…①，AD = BC = 12cm…②

FD：CD = FD：AB = 3：6 = 1：2…③

DC：DA = AB：BC = 6：12 = 1：2…④

∠D は共通な角…⑤

以上から，③，④，⑤より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△FDC ∽△CDA

(c)　△ABC を S とする。△CDA =△ABC = S，(b) より△FDC と△CDA は相似で，相似比は 1：2 なので，面積比は 1：4 となるから，$\triangle FDC = \frac{1}{4}\triangle CDA = \frac{1}{4}S$ となる。また，AB//DE より△ABF ∽△DEF で，AB：DE = AF：FD，　6：DE = (12 − 3)：3 より，DE = 2(cm) となる。よって，△DFE と△FDC は底辺を DE，DC とすると，高さは等しいので，面積比は DE：DC = 2：6 = 1：3 となるから，$\triangle DFE = \frac{1}{3}\triangle FDC = \frac{1}{3}\times\frac{1}{4}S = \frac{1}{12}S$ となるので。△DEF と△ABC の面積比は，$\frac{1}{12}S : S = S : 12\ S = \boxed{1：12}$

(6)　(a) は△BCE ≡△DAF から FC = AE + FC//AE などでもラクです。

(a)　平行四辺形 ABCD より，∠C =∠D…①，∠B =∠D…②

仮定より，∠BCE =∠DAF…③

∠ECF =∠C −∠BCE…④

∠FAE =∠A −∠DAF…⑤

よって，①，③，④，⑤より，∠ECF =∠FAE…⑥

三角形の外角と内角の関係より，

△EBC について，∠AEC =∠B +∠BCE…⑦

△FDA について，∠CFA =∠D +∠DAF…⑧

よって，②，③，⑦，⑧より，∠AEC =∠CFA…⑨

以上から，⑥，⑨より，2組の対角がそれぞれ等しいので，

四角形 AECF は平行四辺形である（証明終わり）

(b)　$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times 20 = 10(cm^2)$ で，△AEC と△ABC は底辺を AE，AB としたときの高さが等しいので，面積比は，AE：AB = 2：(2 + 1) = 2：3 となるので，$\triangle AEC = \frac{2}{3}\triangle ABC = \frac{2}{3}\times 10 = \frac{20}{3}(cm^2)$ となる。また，△AOE と△ACE は底辺を AO：AC としたときの高さが等しいので，面積比は，AO：AC = 1：2 となるので，$\triangle AOE = \frac{1}{2}\triangle ACE = \frac{1}{2}\times\frac{20}{3} = \boxed{\frac{10}{3}(cm^2)}$

(7) (a)　△ABE と△CBD において，

$AE = \frac{4}{4+5}AD = \frac{4}{9}BC = \frac{4}{9}\times 6 = \frac{8}{3}(cm)$…①

平行四辺形の対辺は等しいので，CD = BA = 6 cm…②

AB：CB = 4：6 = 2：3…③

また，①，②より，$AE : CD = \frac{8}{3} : 4 = 8 : 12 = 2 : 3$……④

平行四辺形の対角は等しいので，∠BAE =∠BCD……⑤

以上から，③，④，⑤より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE ∽△CBD

(b)　BD＝$x$cm とすると，(a) より，BE：BD＝２：３，　６：x＝２：３より，x＝９ cm だから，FD＝BD － BF＝９－６＝ $\boxed{3\ (\mathrm{cm})}$

(8) (a)　△HBE と△JDG において，

平行四辺形 ABCD より，AG//EF…①，仮定より AG＝EF…②から，

１組の対辺が平行で等しいので，四角形 AEFG は平行四辺形になる。…③

よって，AE//GF…④

対頂角は等しいので，∠BHE＝∠AHD…⑤

AE//GF で平行線の同位角は等しいので，∠AHD＝∠DJG…⑥

よって，⑤と⑥より，∠BHE＝∠DJG…⑦

AD//BC で平行線の錯角は等しいので，∠EBH＝∠GDJ…⑧

以上から，⑥，⑧より２組の角がそれぞれ等しいので，△HBE ∽△JDG（証明終わり）

(b)　AD//BE より，△AHD ∽△EHB だから，DH：BH ＝ AD：BE ＝４：1 なので，BH ＝ $\dfrac{4}{1+4}\times BD=\dfrac{1}{5}\times 15=$ ３(cm) となる。また，△GID ∽△EIB だから，DI：BI＝GD：BE＝２：１なので，BI＝ $\dfrac{1}{1+2}\times BD=\dfrac{1}{3}\times 15=$ ５(cm) となるから，HI=BI － BH=５－３＝ $\boxed{2\ (\mathrm{cm})}$

(9) (a)　△ABE と△ECD において，

仮定から，∠ABE＝∠ECD＝90°…①

一直線上にあるから，∠AEB＝180°－(90°＋∠CED)…②

三角形の内角の和から，∠EDC＝180°－(90°＋∠CED)…③

よって，②，③から，∠AEB＝∠EDC…④

以上から，①，④より，２組の角がそれぞれ等しいので，△ABE ∽△ECD（証明終わり）

(b)　BE＝x cm とすると，(1) から，AB：EC＝BE：CD，　$4:(10-x)=x:4$，　$10x-x^2=16$，

$x^2-10x+16=0$，　$(x-2)(x-8)=0$，　$x=2,\ 8$ で，BE＞EC から，$\boxed{\mathrm{BE}=8\mathrm{cm}}$