1 数と式の計算，1次方程式，連立方程式

代表例題 1 式の計算

(1) $(-2)\times(-3)^2-(-15)$　(2) $\dfrac{2x-5}{3}-\dfrac{3x+7}{4}$　(3) $-21xy^2\div(-7xy)\times 3x$

1 (1) $(-5)\times 12\div(-2^2)$　(2) $(-1)^2-\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{9}{4}$　(3) $-8-(20-2^3)\div(-3)$

2 (1) $2(3x+1)+4(x-3)$　(2) $\dfrac{1}{5}(10x-5y)-4\left(\dfrac{1}{2}x-y\right)$　(3) $\dfrac{a+3b}{6}-\dfrac{2a-b}{9}$

3 (1) $-4xy\times 2x^2y$　(2) $\left(-\dfrac{4}{3}a^2b\right)\div\left(-\dfrac{8}{15}ab\right)$　(3) $2x^2\times(-4xy)^2\div(-8x^2y)$

代表例題 2 式の利用

(1) 次の等式を〔 〕の中の文字について解け。

① $x-3y=9$ 〔y〕　② $m=\dfrac{a+b}{2}$ 〔a〕　③ $V=\dfrac{1}{3}Sh$ 〔h〕

(2) $x=-2$，$y=3$ のとき，次の式の値を求めよ。

① x^3-y　② $2(4x-3y)-3(2x+y)$　③ $18x^2y^2\div(-6xy)$

4 次の等式を〔 〕の中の文字について解け。

(1) $6x+2y-3=0$ 〔y〕　(2) $\dfrac{a}{4}-\dfrac{b}{5}=1$ 〔b〕　(3) $\ell=2(x+y)$ 〔x〕

5 $x=-4$，$y=\dfrac{1}{4}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $-x^2+4y$　(2) $5(x-4y)-2(3x-2y)$　(3) $12x^2y\div(-3xy^2)\times 2y^2$

代表例題 3 方程式の解き方

次の方程式や連立方程式を解け。

(1) $\dfrac{1}{3}x-4=\dfrac{1}{2}x-1$　(2) $\begin{cases}3x-2y=12\\5x+3y=1\end{cases}$　(3) $\begin{cases}x=2y+4\\4x-5y=7\end{cases}$

6 次の方程式を解け。

(1) $3x-5(x-2)=-4$　(2) $0.2x-0.1=0.7x+0.9$　(3) $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{1}{4}x+1$

7 次の連立方程式を解け。

(1) $\begin{cases}3x-4y=-15\\4x-3y=-13\end{cases}$　(2) $\begin{cases}2x-3y=9\\y=x-2\end{cases}$　(3) $x+3y=4x+7y=-5$

代表例題 4 方程式の利用

1本90円の鉛筆と1本150円のボールペンを合わせて15本買い，代金を1650円にしたい。鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買えばよいか，求めよ。

8 ある遊園地の入園料は，子ども6人と大人5人では9700円，子ども3人と大人7人では9800円である。この遊園地の子ども1人，大人1人の入園料をそれぞれ求めよ。

9 ある中学校で昨年度の生徒数は350人であった。今年度は昨年度に比べて男子生徒が4％減少し，女子生徒が10％増加したので，357人だった。この中学校の今年度の男子生徒数，女子生徒数をそれぞれ求めよ。

10 弟は家から図書館へ向かって歩いた。兄は弟が家を出発してから7分後に家を出発して，弟が通った道と同じ道を通り，走って図書館へ向かった。弟は分速60mで歩き，兄は分速200mで走ったとすると，兄が弟に追いつくのは，兄が家を出発してから何分後か，求めよ。

2 比例・反比例，1次関数

代表例題 1 関数の式

(1) y が x に比例し，$x=4$ のとき $y=-8$ である。このとき，y を x の式で表せ。また，$x=-3$ のときの y の値を求めよ。

(2) グラフが 2 点 $(-2,\ -10)$，$(1,\ 2)$ を通る直線である 1 次関数の式を求めよ。

1 y は x の関数で，$x=-2$ のとき $y=-6$ である。

(1) y が x に比例するとき，y を x の式で表せ。また，$x=4$ のときの y の値を求めよ。

(2) y が x に反比例するとき，y を x の式で表せ。また，$x=3$ のときの y の値を求めよ。

2 次の条件を満たす 1 次関数を求めよ。

(1) 変化の割合が -4 で，$x=2$ のとき $y=1$ である。

(2) グラフが 2 点 $(4,\ 7)$，$(6,\ 2)$ を通る直線である。

代表例題 2 関数のグラフ

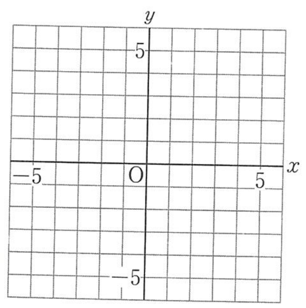
次の関数や方程式のグラフをかけ。

(1) $y=-\frac{1}{2}x$

(2) $y=\frac{8}{x}$

(3) $y=2x+3$

(4) $3x+y=4$



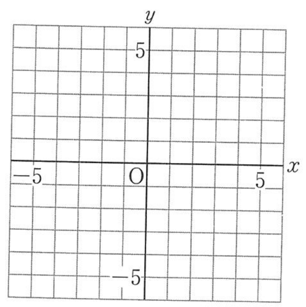
3 次の関数や方程式のグラフをかけ。

(1) $y=3x$

(2) $y=-\frac{12}{x}$

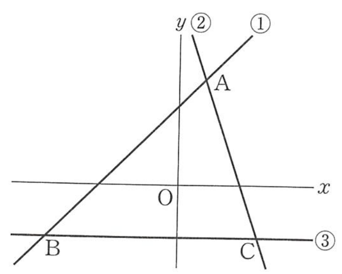
(3) $y=-\frac{1}{4}x+1$

(4) $4x-3y=6$

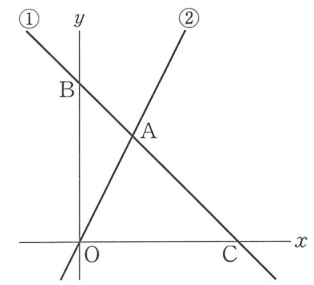


代表例題 3 関数のグラフと図形

右の図で，直線①の式は $y=x+3$，直線②の式は $y=-3x+7$ であり，直線①，②は点 A$(1,\ 4)$ で交わっている。直線③の式は $y=-2$ で，直線①，②との交点をそれぞれB，C とするとき，△ABC の面積を求めよ。ただし，座標軸の 1 目もりを 1cm とする。



4 右の図で，直線①の式は $y=-x+6$，直線②の式は $y=2x$ である。直線①と②の交点をA，直線①と y 軸，x 軸との交点をそれぞれB，C とする。



(1) △OAB の面積を求めよ。ただし，座標軸の 1 目もりを 1cm とする。

(2) 点Aを通り，△AOC の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

代表例題 4 関数の利用

右の図 1 のような長方形ABCDがあり，点Pが点Aを出発点として，辺AB，BC，CD上を点Dまで毎秒 2cm の速さで動く。点Pが点Aを出発してから，x 秒後の△APD の面積を $y\,\text{cm}^2$ とする。

(1) 点Pが次の辺上を動くとき，y を x の式で表せ。また，x の変域を答えよ。

① 辺AB上　　② 辺CD上

(2) 点Pが点Aから点Dまで動くときの x と y の関係を表すグラフを，図 2 にかけ。

図 1

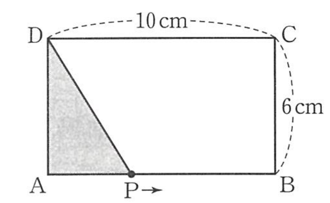
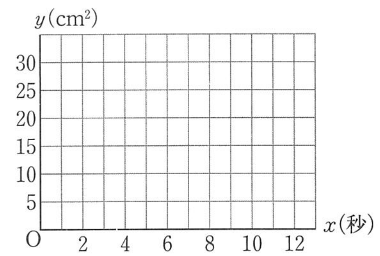


図 2

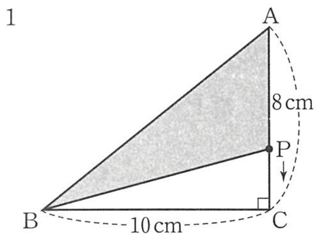


5 右の図 1 のような ∠C＝90° の直角三角形がある。点Pが点Aを出発点として，辺AC，CB上を点Bまで毎秒 2cm の速さで動く。点Pが点Aを出発してから，x 秒後の△ABP の面積を $y\,\text{cm}^2$ とする。

(1) x の変域が次のとき，y を x の式で表せ。

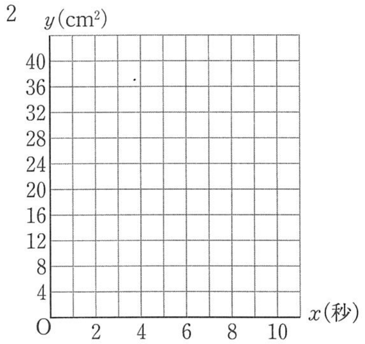
① $0\leqq x\leqq 4$　　② $4\leqq x\leqq 9$

図 1



(2) 点Pが点Aから点Bまで動くときの x と y の関係を表すグラフを，図 2 にかけ。

図 2



3 平面図形，空間図形

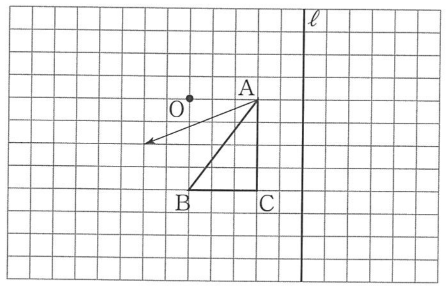
代表例題 1 図形の移動

右の図の△ABCについて，次の移動をさせてできる△PQRをかき入れよ。

(1) 矢印の方向に，矢印の長さだけ平行移動させる。

(2) 点Oを中心として，時計の針の回転と反対の向きに90°回転移動させる。

(3) 直線ℓについて対称移動させる。

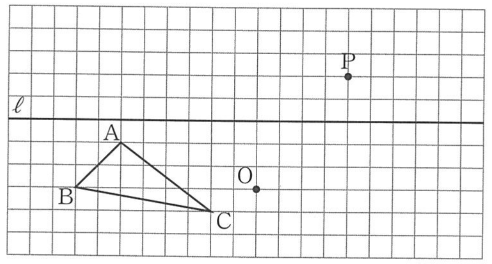


1 右の図の△ABCについて，次の移動をさせてできる△PQRをかき入れよ。

(1) 点Aを点Pに移すように，平行移動させる。

(2) 点Oを中心にして点対称移動させる。

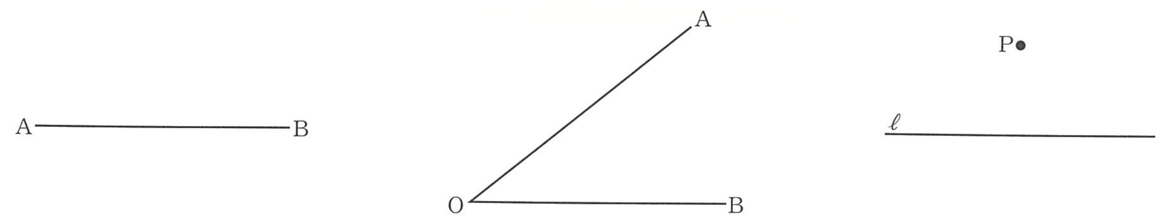
(3) 直線ℓについて対称移動させる。



代表例題 2 作図

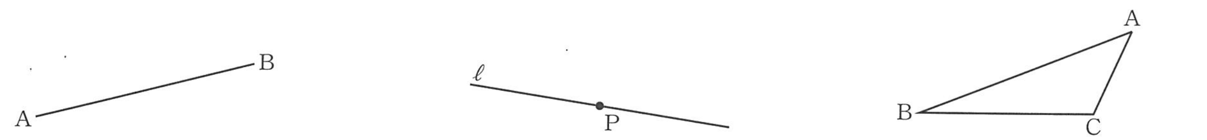
次の作図をせよ。

(1) 線分ABの垂直二等分線　(2) ∠AOBの二等分線　(3) 点Pから直線ℓへの垂線



2 次の作図をせよ。

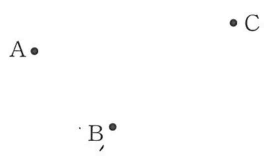
(1) 線分ABの中点M　(2) 点Pを通る直線ℓの垂線　(3) 底辺BCに対する高さAH

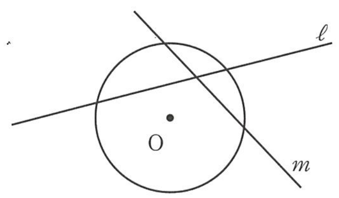


3 次の作図をせよ。

(1) 3点A，B，Cから等しい距離にある点P

(2) 円Oの周上にあって，2直線ℓ，mからの距離が等しい点P(すべてかくこと。)

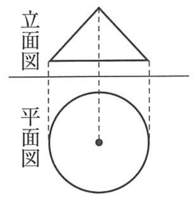




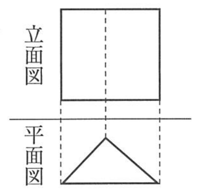
代表例題 3 空間図形

次の投影図で表される立体の名前を答えよ。

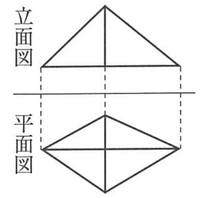
(1)



(2)

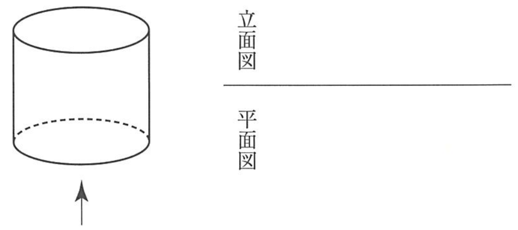


(3)

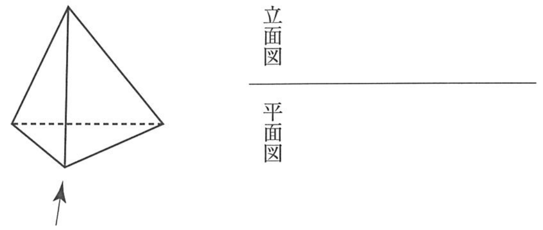


4 次の立体を矢印の方向から見た投影図をかけ。

(1) 円柱



(2) 正三角錐

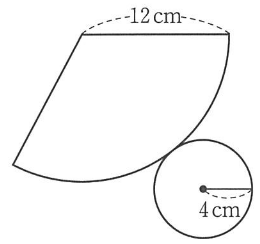


代表例題 4 立体の表面積・体積

(1) 右の図は円錐の展開図である。次のものを求めよ。

① 側面のおうぎ形の中心角の大きさ　② この円錐の表面積

(2) 半径3cmの球の表面積と体積を求めよ。



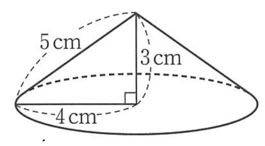
5 次の問いに答えよ。

(1) 半径4cm，中心角45°のおうぎ形の弧の長さと面積を求めよ。

(2) 半径6cm，弧の長さ8πcmのおうぎ形の中心角の大きさと面積を求めよ。

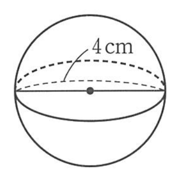
(3) 弧の長さ6πcm，面積24πcm^{2}のおうぎ形の半径と中心角の大きさを求めよ。

6 右の図で，円錐の側面の展開図における，おうぎ形の中心角の大きさを求めよ。また，表面積と体積を求めよ。

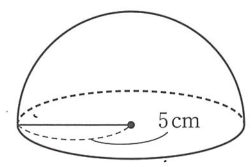


7 次の図の立体の表面積と体積を求めよ。

(1) 球



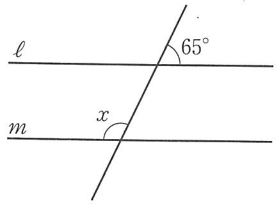
(2) 半球

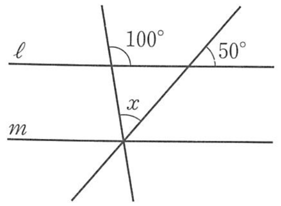


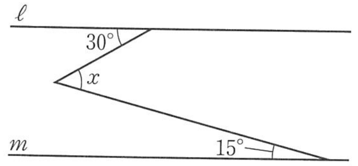
4 平行と合同，図形の性質

代表例題 1 平行線と角

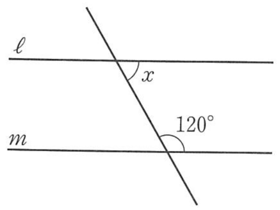
次の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

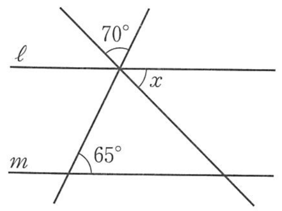
(1)


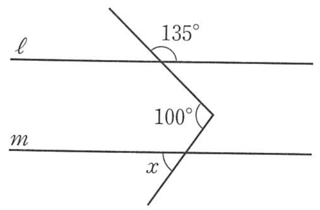
(2)


(3)


1 次の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

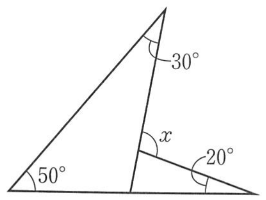
(1)


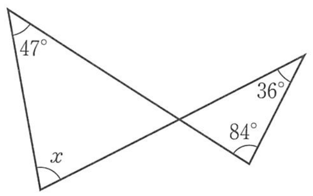
(2)


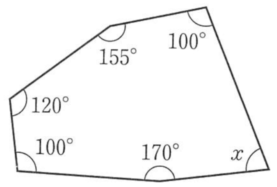
(3)


代表例題 2 多角形の角

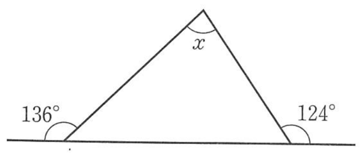
次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

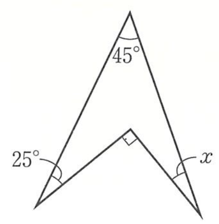
(1)


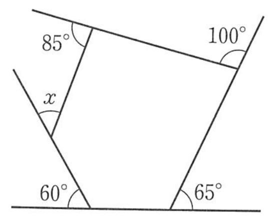
(2)


(3)


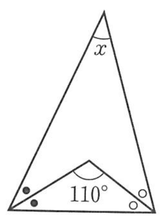
2 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。

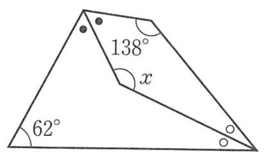
(1)


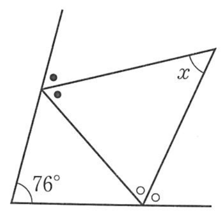
(2)


(3)


3 次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。ただし，同じ印をつけた角の大きさは等しいものとする。

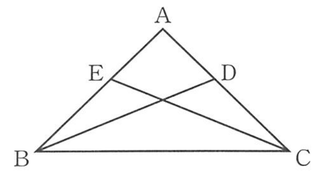
(1)


(2)


(3)


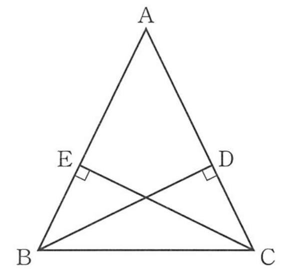
4 正二十角形の１つの内角と１つの外角の大きさを求めよ。

代表例題 3 三角形



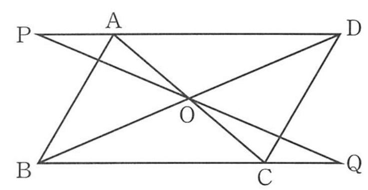
右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形ABCで，∠B，∠C の二等分線と辺AC，AB との交点をそれぞれD，E とする。このとき，BE＝CD であることを証明せよ。

5 右の図のように，AB＝AC の二等辺三角形ABCで，頂点B，C からそれぞれ辺AC，AB に垂線をひいたときの交点をD，E とする。このとき，BD＝CE であることを証明せよ。

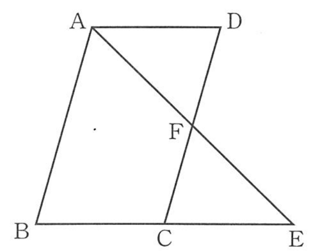


代表例題 4 四角形

右の図のように，▱ABCD の対角線の交点O を通る直線が辺AD，BC の延長と交わる点をそれぞれP，Q とする。このとき，AP＝CQ であることを証明せよ。



6 右の図のように，▱ABCD の辺BC の延長上に，BC＝CE となるような点E をとり，辺CD と線分AE が交わる点をF とする。このとき，DF＝CF であることを証明せよ。



5 データの活用，四分位範囲，確率

代表例題 1 データの活用

右の表は，ある中学校の３年男子のハンドボール投げの記録をもとにつくったものである。

(1) 表の㋐～㋒にあてはまる数を求めよ。

(2) ハンドボール投げの記録の最頻値，平均値をそれぞれ求めよ。

(3) 22m以上26m未満の階級の累積度数と累積相対度数をそれぞれ求めよ。

階級(m)	階級値(m)	度数(人)	相対度数
以上 未満 10 ～ 14	12	1	0.025
14 ～ 18	㋐	5	0.125
18 ～ 22	20	10	0.250
22 ～ 26	24	㋑	0.325
26 ～ 30	28	8	0.200
30 ～ 34	32	㋒	0.075
計		40	

1 右のデータは，子ども会のつり大会に参加した20人について，つれた魚の数を表している。

4,	6,	3,	0,	2,	3,	5,	2,	2,	3
4,	7,	1,	2,	6,	1,	3,	2,	0,	5

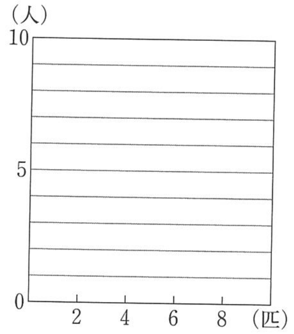
(匹)

(1) 右の表の度数分布表にまとめ，その表をもとにして，右の図にヒストグラムをかけ。

表

階級(匹)	度数(人)	相対度数
以上 未満 0 ～ 2		
2 ～ 4		
4 ～ 6		
6 ～ 8		
計		

図



(2) 次の①～⑥を求めよ。ただし，③～⑥は度数分布表から求めること。

① 範囲

② 中央値

③ 最頻値

④ 平均値

⑤ 4匹以上6匹未満の階級の累積度数

⑥ 4匹以上6匹未満の階級の累積相対度数

代表例題 2 四分位範囲

下のデータは，ある中学校の３年男子13人の握力の記録を小さい順に並べたものである。

23, 26, 31, 33, 34, 34, 36, 37, 37, 38, 39, 42, 45 (単位 kg)

(1) 四分位数を求めよ。

(2) 四分位範囲を求めよ。

2 下のデータは，ある中学校の３年男子14人の体重を調べて，小さい順に並べたものである。

43, 46, 48, 49, 51, 51, 52, 53, 54, 56, 56, 58, 60, 65 (単位 kg)

(1) データの範囲を求めよ。

(2) 四分位数を求めよ。

(3) 四分位範囲を求めよ。

代表例題 3 確率

(1) 大小２つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

① 出た目の数の和が３の倍数になる確率　② 違う目が出る確率

(2) 赤玉２個，白玉３個が入った袋がある。この袋の中から同時に２個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

① 赤玉と白玉が１個ずつである確率　② 少なくとも１個は赤玉である確率

3 大小２つのさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 出た目の数の差が１になる確率　(2) 出た目の数の積が偶数になる確率

4 １から５までの数字を１つ書いたカードが，それぞれ１枚ずつある。この中から１枚ずつ続けて２枚のカードを取り出し，取り出した順に左から並べて２けたの整数をつくる。

(1) ２けたの整数は全部で何通りできるか。　(2) この整数が奇数になる確率を求めよ。

5 ７本のうち２本のはずれくじが入っているくじがある。この７本のくじの中から，同時に２本のくじをひくとき，少なくとも１本はあたりくじである確率を求めよ。

6 式の計算(1)

要点

多項式と単項式の乗法

❶ $a(b+c)=ab+ac$

❷ $(a+b)c=ac+bc$

多項式÷単項式

❸ $(a+b)\div c=(a+b)\times\frac{1}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$

多項式どうしの乗法

❹ $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

例題 1 多項式と単項式の乗法と除法・多項式どうしの乗法

(1)① $-2x(x-3y)$
$=\boldsymbol{-2x^2+6xy}$ 要点❶

② $(4a-5b)\times 7a$
$=\boldsymbol{28a^2-35ab}$ 要点❷

③ $(6a^2b+9ab)\div 3ab$
$=\boldsymbol{2a+3}$ 要点❸

(2)① $(x+2)(y-1)$
$=\boldsymbol{xy-x+2y-2}$ 要点❹

② $(a+b-8)(a-3b)$
$=a^2-3ab+ab-3b^2-8a+24b$ 要点❹
$=\boldsymbol{a^2-2ab-3b^2-8a+24b}$ 同類項をまとめる

1 (1) $4x(x+3y)$ (2) $-5a(-2a+4b)$ (3) $x(x-y-2)$

(4) $-ab(a-9b)$ (5) $(-x+4y)\times 6x$ (6) $(3a-5b)\times(-2b)$

(7) $-\frac{3}{4}xy(8x-4y)$ (8) $\frac{1}{5}a(-5a+20b-15)$ (9) $-12xy\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)$

2 (1) $(ab-8b^2)\div b$ (2) $(3x^2-9xy)\div(-3x)$ (3) $(-2a^2b+5ab^2)\div(-ab)$

(4) $(xy^2-3xy)\div\frac{1}{4}y$ (5) $(2x^2y+16xy)\div\frac{2}{3}x$ (6) $(10ab^2-35ab)\div\left(-\frac{5}{2}b\right)$

3 (1) $(a+b)(c-d)$ (2) $(x-y)(3x+2y-7)$ (3) $(3a-5b-2)(a-4b)$

要点

乗法公式

❶ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

❷ $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

❸ $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

❹ $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

例題 2 乗法公式・いろいろな式の展開

(1) $(x+2)(x+5)$
$=\boldsymbol{x^2+7x+10}$ 公式❶

(2) $(a+3)^2$
$=\boldsymbol{a^2+6a+9}$ 公式❷

(3) $(x-7)^2$
$=\boldsymbol{x^2-14x+49}$ 公式❸

(4) $(a+4)(a-4)$
$=\boldsymbol{a^2-16}$ 公式❹

(5) $(x+y-4)(x+y+3)$
$=(M-4)(M+3)$ $x+y=M$ とおく
$=M^2-M-12$ 公式❶
$=(x+y)^2-(x+y)-12$ M を $x+y$ に戻す
$=\boldsymbol{x^2+2xy+y^2-x-y-12}$ 公式❷

4 (1) $(x+3)(x+6)$ (2) $(a+2)(a-7)$ (3) $(x-4)(x+5)$

(4) $(a-9)(a-2)$ (5) $(x+1)(x-15)$ (6) $(y-12)(y+10)$

(7) $\left(a+\frac{1}{4}\right)(a+2)$ (8) $\left(y-\frac{2}{9}\right)\left(y-\frac{7}{9}\right)$ (9) $\left(x-\frac{5}{6}\right)\left(x+\frac{1}{6}\right)$

5 (1) $(x+1)^2$ (2) $(x-5)^2$ (3) $(8-a)^2$

(4) $(3x+1)^2$ (5) $(2a-4)^2$ (6) $\left(x+\frac{2}{9}\right)^2$

6 (1) $(x+3)(x-3)$ (2) $(y-5)(y+5)$ (3) $(6+x)(6-x)$

(4) $(2x+4)(2x-4)$ (5) $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)$ (6) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

7 (1) $(x+y+7)(x+y-3)$ (2) $(a+b-8)^2$ (3) $(x-y+9)(x-y-9)$

7 式の計算 (2)

要点

共通因数をくくり出す

$ma+mb=m(a+b)$

因数分解の公式

❶′ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

❷′ $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

❸′ $x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

❹′ $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

例題 1 因数分解

次の式を因数分解せよ。

(1) $4a^2-8ab$

$=\mathbf{4a(a-2b)}$　共通因数をくくり出す

(2) x^2+3x+2

$=\mathbf{(x+1)(x+2)}$　公式❶′

(3) x^2+6x+9

$=\mathbf{(x+3)^2}$　公式❷′

(4) x^2-9

$=\mathbf{(x+3)(x-3)}$　公式❹′

▶次の式を因数分解せよ。

1 (1) $ax-bx$　(2) $3ax+6ay$　(3) a^2b-ab^2+ab

2 (1) x^2+5x+6　(2) x^2-8x+7　(3) $x^2+5x-36$

(4) $x^2-7x-18$　(5) x^2+x-90　(6) $x^2-9x-36$

3 (1) x^2-4x+4　(2) $x^2+10x+25$　(3) $x^2-8x+16$

4 (1) x^2-1　(2) x^2-49　(3) x^2-100

例題 2 いろいろな因数分解

次の式を因数分解せよ。

(1) $ax^2-12ax+36a$

$=a(x^2-12x+36)$　共通因数をくくり出す

$=\mathbf{a(x-6)^2}$　公式❸′

(2) $(x-1)(x+5)-(x-7)$

$=x^2+4x-5-x+7$　かっこをはずし，式を整理する

$=x^2+3x+2$

$=\mathbf{(x+1)(x+2)}$　公式❶′

(3) $(x-y)^2-(x-y)-6$

$=M^2-M-6$　$x-y=M$ とおく

$=(M+2)(M-3)$　公式❶′

$=\mathbf{(x-y+2)(x-y-3)}$　Mを$x-y$に戻す

(4) $(3x-2y)^2-(x+y)^2$

$=M^2-N^2$　$3x-2y=M$, $x+y=N$ とおく

$=(M+N)(M-N)$　公式❹′

$=\{(3x-2y)+(x+y)\}\{(3x-2y)-(x+y)\}$　Mを$3x-2y$, Nを$x+y$に戻す

$=\mathbf{(4x-y)(2x-3y)}$　それぞれのかっこの中を計算する

▶次の式を因数分解せよ。

5 (1) $2x^2+12x+16$　(2) $ax^2-6ax+9a$　(3) $5x^2+10x+5$

(4) xy^2-x　(5) $-x^2y-7xy+30y$　(6) $3x^2y-27y$

(7) $-2a^2b+16ab-32b$　(8) $x^3y+10x^2y+25xy$　(9) $x(x+2)+3(3x+8)$

(10) $(x+2)(x-2)-(2x-5)$　(11) $(x-7)^2+2(-x+3)$　(12) $(2x+1)(x+3)-(x-1)(x+3)$

6 (1) $(a+b)x+(a+b)y$　(2) $(x+y)^2-(x+y)$　(3) $(a-b)^2+3(a-b)-18$

(4) $(x-y)^2+4(x-y)+4$　(5) $(a-b)^2-16(a-b)+64$　(6) $(x+y)^2-81$

(7) $(a-b)^2+(a-b)-12$　(8) $(x-2y)^2-6(x-2y)+9$　(9) $(a+3b)^2+18(a+3b)+81$

(10) $x^2-(y-z)^2$　(11) $(a-5)^2-3(a-5)-28$　(12) $(2x+3)^2-12(2x+3)+36$

(13) $(3x-2)^2+14(3x-2)+49$　(14) $(a+b)^2-(c+d)^2$　(15) $(5x-1)^2-(3x+4)^2$