濱塾予想問題集　～三島北中学校（第２回８月）～

(★…平均点を目指す人　★★…平均以上を目指す人　★★★…トップを目指す人)

1　次の［　　］にあてはまることばを書きましょう。(★☆☆)

$2x+y=11$ のように，２種類の文字をふくむ１次方程式を［ア ２元１次方程式］といいます。この［ア］を成り立たせる x，y の値の組を，［ア］の［イ 解］といいます。また，$\begin{cases} 2x+5y=3 \\ x-3y=2 \end{cases}$ のように，２つの［ア］を１組と考えたものを［ウ 連立方程式］といい，２つの方程式を同時に成り立たせる［イ］を求めることを，［ウ］を［エ 解く］といいます。［ウ］をどちらかの文字の係数の絶対値をそろえ，２つの式の左辺どうし，右辺どうしを加えたりひいたりすることによって，一方の文字を消去する方法を［オ 加減法］といい，一方の式を他方の式に代入することによって，１つの文字を消去する方法を［カ 代入法］といいます。

2　次の問に答えましょう。(★☆☆)

(1)　$x+2y=4$ の解について，下の表にあてはまる数を求めましょう。

x	0	1	2	3	4
y	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

(2)　$2x-y=3$ の解について，下の表にあてはまる数を求めましょう。

x	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5

(3)　(1)，(2) より，連立方程式 $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ の解を答えましょう。

(1)，(2) より，x と y が同じ組み合わせは，$x=2$，$y=1$

3　連立方程式 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+y=2 & \cdots(1) \\ -2x-y=1 & \cdots(2) \end{cases}$ の解が下のアからウまでの中にあります。それを１つ選びましょう。(★☆☆)

ア $\begin{cases} x=4 \\ y=-9 \end{cases}$　イ $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$　ウ $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$

連立方程式の上の式を (1)，下の式を (2) とします。

(1) にアを代入すると，(左辺)$=2-9=-7$ より (1) は成り立ちません。

(1) にイを代入すると，(左辺)$=-1+3=2=$(右辺) より (1) は成り立ちます。(2) にイを代入すると，(左辺)$=4-3=1=$(右辺) より (2) も成り立ちます。

(1) にウを代入すると，(左辺)$=0+2=2=$(右辺) より (1) は成り立ちます。(2) にウを代入すると，(左辺)$=0-2=-2$ より (2) は成り立ちません。

よって，連立方程式の解は，イ

4　次の連立方程式を加減法で解きましょう。(★☆☆)

(1)　$\begin{cases} 3x+2y=4 & \cdots(1) \\ 2x+6y=-2 & \cdots(2) \end{cases}$

$(1)\times 3-(2)$ をして，y を消去すると，

$$9x-2x=12+2$$
$$7x=14$$
$$x=2$$

$x=2$ を (1) に代入して，

$$6+2y=4$$
$$2y=-2$$
$$y=-1$$

$x=2$，$y=-1$ を (2) に代入して確かめると，

(左辺)$=4-6=-2=$(右辺) より OK

よって，$x=2$，$y=-1$

(2)　$\begin{cases} 5x+4y=7 & \cdots(1) \\ -3x+5y=18 & \cdots(2) \end{cases}$

$(1)\times 3+(2)\times 5$ をして，x を消去すると，

$$12y+25y=21+90$$
$$37y=111$$
$$y=3$$

$y=3$ を (1) に代入して，

$$-3x+15=18$$
$$-3x=3$$
$$x=-1$$

$x=-1$，$y=3$ を (2) に代入して確かめると，

(左辺)$=3+15=18=$(右辺) より OK

よって，$x=-1$，$y=3$

5　次の連立方程式を代入法で解きましょう。(★☆☆)

(1)　$\begin{cases} y=4x+5 & \cdots(1) \\ 2x-y=-1 & \cdots(2) \end{cases}$

(2) の式に $y=4x+5$ を代入すると，

$$2x-(4x+5)=-1$$
$$2x-4x-5=-1$$
$$-2x=4$$
$$x=-2$$

$x=-2$ を (1) の式に代入すると，

$$y=-8+5$$
$$y=-3$$

$x=-2$, $y=-3$ を (2) の式に代入して確かめると，

(左辺)$=-4+3=-1=$(右辺) より，成り立つ。

よって，$x=-2$, $y=-3$

(2) $\begin{cases} -3x+4y=-6 & \cdots(1) \\ x=2y+2 & \cdots(2) \end{cases}$

(1) の式に $x=2y+2$ を代入すると,

$$\begin{aligned} -3(2y+2)+4y&=-6 \\ -6y-6+4y&=-6 \\ -2y&=0 \\ y&=0 \end{aligned}$$

$y=0$ を (2) の式に代入すると,

$$\begin{aligned} x&=0+2 \\ x&=2 \end{aligned}$$

$x=2,\ y=0$ を (1) の式に代入して確かめると,

(左辺)$=-6+0=-6=$(右辺) より，成り立つ。

よって, $x=2,\ y=0$

6　次の連立方程式を解きましょう。(★☆☆)

(1) $\begin{cases} 2(x+3)+y=10 & \cdots(1) \\ 3x-y=1 & \cdots(2) \end{cases}$

(1) を整理すると,

$$\begin{aligned} 2x+6+y&=10 \\ 2x+y&=4 \quad \cdots(3) \end{aligned}$$

(2) + (3) をして, y を消去すると,

$$\begin{aligned} 3x+2x&=1+4 \\ 5x&=5 \\ x&=1 \end{aligned}$$

$x=1$ を (2) に代入して,

$$\begin{aligned} 3-y&=1 \\ -y&=-2 \\ y&=2 \end{aligned}$$

$x=1,\ y=2$ を (3) に代入して確かめると,

(左辺)$=2+2=4=$(右辺) より OK

よって, $x=1,\ y=2$

(2) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{1}{3} & \cdots(1) \\ x-2y=7 & \cdots(2) \end{cases}$

(1) × 6 で分母をはらうと,

$$\begin{aligned} 6\times\frac{x}{3}-6\times\frac{y}{6}&=6\times\frac{1}{3} \\ 2\times\frac{x}{1}-1\times\frac{y}{1}&=2\times\frac{1}{1} \\ 2x-y&=2 \end{aligned}$$

(2) × 2 − (3) をして, x を消去すると,

$$\begin{aligned} -4y+y&=14-2 \\ -3y&=12 \\ y&=-4 \end{aligned}$$

$y=-4$ を (2) に代入して,

$$\begin{aligned} x+8&=7 \\ x&=-1 \end{aligned}$$

$x=-1,\ y=-4$ を (3) に代入して確かめると,

(左辺)$=-2+4=2=$(右辺) より OK

よって, $x=-1,\ y=-4$

(3)　$2x-3y=x+2y=7$

$\begin{cases} 2x-3y=7 & \cdots(1) \\ x+2y=7 & \cdots(2) \end{cases}$ と考えます。

(1) − (2) × 2 をして, x を消去すると,

$$\begin{aligned} -3y-4y&=7-14 \\ -7y&=-7 \\ y&=1 \end{aligned}$$

$y=1$ を (1) に代入して,

$$\begin{aligned} 2x-3&=7 \\ 2x&=10 \\ x&=5 \end{aligned}$$

$x=5,\ y=1$ を (2) に代入して確かめると,

(左辺)$=5+2=7=$(右辺) より OK

よって, $x=5,\ y=1$

7　次の連立方程式を解きましょう。(★★☆)

(1) $\begin{cases} 2(x-2)-3(4+2y)=-16 & \cdots(1) \\ 4(x+y)=-16 & \cdots(2) \end{cases}$

(1) を整理すると,

$$\begin{aligned} 2x-4-12-6y&=-16 \\ 2x-6y&=0 \quad \cdots(3) \end{aligned}$$

(2) を整理すると,

$$4x+4y=-16 \quad \cdots(4)$$

(3) × 2 − (4) をして, x を消去すると,

$$\begin{aligned} -12y-4y&=0+16 \\ -16y&=16 \\ y&=-1 \end{aligned}$$

$y=-1$ を (3) に代入して,

$$\begin{aligned} 2x+6&=0 \\ 2x&=-6 \\ x&=-3 \end{aligned}$$

$x=-3,\ y=-1$ を (4) に代入して確かめると,

(左辺)$=-12-4=-16=$(右辺) より OK

よって, $x=-3,\ y=-1$

(2) $\begin{cases} \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{6}=1 & \cdots(1) \\ 2x-\dfrac{x+1}{3}=-y & \cdots(2) \end{cases}$

(1) × 12 で分母をはらうと,

$$3x-2y=12 \quad \cdots(3)$$

(2) × 3 で分母をはらうと,

$$\begin{aligned} 6x-(x+1)&=-3y \\ 6x-x-1&=-3y \\ 5x+3y&=1 \quad \cdots(4) \end{aligned}$$

(3) × 3 + (4) × 2 をして, y を消去すると,

$$\begin{aligned} 9x+10x&=36+2 \\ 19x&=38 \\ x&=2 \end{aligned}$$

$x=2$ を (3) に代入して,

$$\begin{aligned} 6-2y&=12 \\ -2y&=6 \\ y&=-3 \end{aligned}$$

$x=2,\ y=-3$ を (4) に代入して確かめると,

(左辺)$=10-9=1=$(右辺) より OK

よって, $x=2,\ y=-3$

(3) $\begin{cases} 0.08x-0.1y=1 & \cdots(1) \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=\dfrac{1}{6} & \cdots(2) \end{cases}$

(1) × 100 で小数を整数にすると，

$$8x-10y=100 \quad \cdots(3)$$

(2) × 12 で分母をはらうと，

$$4x+3y=2 \quad \cdots(4)$$

(3) − (4) × 2 をして，x を消去すると，

$$-10y-6y=100-4$$
$$-16y=96$$
$$y=-6$$

$y=-6$ を (4) に代入して，

$$4x-18=2$$
$$4x=20$$
$$x=5$$

$x=5,\ y=-6$ を (3) に代入して確かめると，

(左辺)$=40+60=100$(右辺) より OK

よって，$x=5,\ y=-6$

(4) $3x+6y+3=4y-5=-2x-3y+1$

$\begin{cases} 3x+6y+3=4y-5 & \cdots(1) \\ 4y-5=-2x-3y+1 & \cdots(2) \end{cases}$ として考えます。

(1) を整理すると，

$$3x+2y=-8 \quad \cdots(3)$$

(2) を整理すると，

$$2x+7y=6 \quad \cdots(4)$$

(3) × 2 − (4) × 3 をして，x を消去すると，

$$4y-21y=-16-18$$
$$-17y=-34$$
$$y=2$$

$y=2$ を (3) に代入して，

$$3x+4=-8$$
$$3x=-12$$
$$x=-4$$

$x=-4,\ y=2$ を (4) に代入して確かめると，

(左辺)$=-8+14=6=$(右辺) より OK

よって，$x=-4,\ y=2$

8 １枚 63 円の切手Ａと１枚 84 円の切手Ｂをあわせて 12 枚買ったところ，代金の合計は 861 円でした。切手Ａと切手Ｂをそれぞれ何枚買いましたか。(★☆☆)

１枚 63 円の切手Ａを x 枚，１枚 84 円の切手Ｂを y 枚買ったとすると，

枚数の関係から，$x+y=12 \quad \cdots(1)$ と表され，

代金の関係から，$63x+84y=861 \quad \cdots(2)$ と表される。

(1) × 63 − (2) をして，x を消去すると，

$$63y-84y=756-861$$
$$-21y=-105$$
$$y=5$$

$y=5$ を (1) に代入して，

$$x+5=12$$
$$x=7$$

※ (2) で確かめをやった方がいいですが，面倒なのでやらなくてもいいです。

１枚 63 円の切手Ａを 7 枚，１枚 84 円の切手Ｂを 5 枚は自然数なので，問題に適しています。

よって，**切手Ａ：5 枚，切手Ｂ：7 枚**

9 りんさんは１ km 先の図書館まで分速 80m で歩いています。途中雨が降ってきたので，分速 110 mで走ったところ，全部で 11 分かかりました。りんさんが歩いた道のりは何 m で，走った道のりは何 m ですか。(★☆☆)

歩いた道のりを xm，走った道のりを ym とすると，

	走った	歩いた	合計
道のり	x m	y m	1km= 1000m
速さ	分速 80m	分速 110 m	—
時間	$\dfrac{x}{80}$ 分	$\dfrac{y}{110}$ 分	11 分

道のりの関係から，$x+y=1000 \quad \cdots(1)$ と表され，

時間の関係から，$\dfrac{x}{80}+\dfrac{y}{110}=11 \quad \cdots(2)$ と表される。

(2) × 880 で分母をはらうと，

$$11x+8y=9680 \quad \cdots(3)$$

(1) × 8 − (3) をして，y を消去すると，

$$8x-11x=8000-9680$$
$$-3x=-1680$$
$$x=560$$

$x=560$ を (1) に代入して，

$$560+y=1000$$
$$y=440$$

※ (2) で確かめは今回は簡単なので，やった方がいいです。

(左辺)$=\dfrac{560}{80}+\dfrac{440}{110}=7+4=11=$(右辺) より，OK！

歩いた道のりを 560m，走った道のりを 440m は自然数なので，問題に適しています。

よって，**歩いた道のり：560m，走った道のり：440m**

10 全校生徒が 380 人の中学校があります。メガネをかけている人は全校生徒のうち 182 人で，中学１, ２年生では 40 %，中学３年生では 64 %の人がメガネをかけているそうです。中学３年生は何人ですか。(★★☆)

中学１，２年生が x 人，中学３年生が y 人いるとすると，

全校生徒の関係から，$x+y=380 \quad \cdots(1)$

$40\ \%=\dfrac{40}{100}=\dfrac{2}{5}$，$64\ \%=\dfrac{64}{100}=\dfrac{16}{25}$ より，

メガネをかけている人の関係から，$\dfrac{2}{5}x+\dfrac{16}{25}y=182 \quad \cdots(2)$

(2) × 25 をして分母をはらうと，$10x+16y=4550 \quad \cdots(3)$

(1) × 10 − (3) をして，x を消去すると，

$$10y-16y=3800-4550$$
$$-6y=-750$$
$$y=125$$

$y=125$ を (1) に代入して，

$$x+125=380$$
$$x=255$$

※ (2) で確かめをやった方がいいですが，面倒なのでやらなくてもいいです。

中学１，２年生が 255 人，中学３年生が 125 人は自然数なので，問題に適しています。

よって，**中学３年生：125 人**

$\boxed{11}$　ある遊園地の昨日の入場者数は 560 人でした。今日は大人の人数が２％減り，子どもの人数が５％増えたので，入場者数が７人増えました。今日の大人と子どもの人数は何人ですか。(★★☆)

昨日の大人の入場者数を x 人，昨日の子どもの入場者数を y 人とすると，

昨日の人数の関係から，$x+y=560 \quad \cdots(1)$ と表され，

増減の関係から，$-0.02x+0.05y=+7 \quad \cdots(2)$ と表される。

※今日の人数の関係から，$0.98x+1.05y=560+7$ としてもいいよ。

$(2)\times 100$ をして小数を整数にすると，

$$-2x+5y=700 \quad \cdots(3)$$

$(1)\times 2+(3)$ をして，x を消去すると，

$$2y+5y=1120+700$$
$$7y=1820$$
$$y=260$$

$y=260$ を (1) に代入して，

$$x+260=5600$$
$$x=300$$

※ (2) で確かめは簡単なので，やった方がいいです。

$$(\text{左辺})=-6+13=7=(\text{右辺})$$

昨日から今日への増減は，

大人が $-0.02\times 300=-6$ より，$300-6=294$(人)

子どもが $0.05\times 260=13$ より，$260+13=273$(人) となり，問題に適しています。

よって，**今日の大人：294 人，子ども：273 人**

$\boxed{12}$　次の計算をしましょう。(中２の計算)(★★☆)

(1)　$4a-\frac{2}{3}b+2a+\frac{1}{6}b$

$=4a+2a-\frac{4}{6}b+\frac{1}{6}b=2a-\frac{3}{6}b=2a-\frac{1}{2}b$

(2)　$(2x+5y)-(3x-y)$

$=2x+5y-3x+y=-x+6y$

(3)　$3(5x-2y)-2(3x+4y)$

$=15x-6y-6x-8y=9x-14y$

(4)　$\frac{2a+b}{3}-\frac{a-3b}{4}$

$=\frac{4(2a+b)-3(a-3b)}{12}$ ※符号気を付けてね。

$=\frac{8a+4b-3a+9b}{12}$

$=\frac{5a+13b}{12}$

(5)　$-14x^4y^3\div(-2xy^2)^2$

$=-14x^4y^3\div 4x^2y^4=-\frac{\cancel{14}^7 \cancel{x}\cancel{x}xx\cancel{y}\cancel{y}\cancel{y}}{\cancel{4}_2 \cancel{x}\cancel{x}\cancel{y}\cancel{y}\cancel{y}y}=-\frac{7x^2}{2y}$

(6)　$4a^2b\div 6a^2b^2\times(-9b^3)$

$=-\frac{\cancel{4}^2 \cancel{a}\cancel{a}\cancel{b}\times \cancel{9}^3 \cancel{b}bb}{\cancel{6}_{\cancel{3}}\cancel{a}\cancel{a}\cancel{b}\cancel{b}}=-6b^2$

(7)　$x=-2$，$y=\frac{1}{3}$ のときの $2(x+y)-4(x+2y)$ の値

$2(x+y)-4(x+2y)$

$=2x+2y-4x-8y$

$=-2x-6y$ となるので，

$-2\times(-2)-6\times\frac{1}{3}=4-2=2$

$\boxed{13}$　次の計算をしましょう。(中１の正負の数)(★☆☆)

(1)　$(+5)-(-7)+(-11)$

$=5+7-11=1$

(2)　$-7+12+16-20$

$=-27+28=1$

(3)　$(-4)\div 8\times(-10)$

$=+\frac{4\times 10}{8}=5$

(4)　$10-5\times(-2)$

$=10+10=20$

(5)　$-125\times 0.95+25\times 0.95$

$=(-125+25)\times 0.95$

$=-100\times 0.95$

$=-95$

$\boxed{14}$　次の方程式を解きましょう。(中１の方程式)(★☆☆)

(1)　$3x-5=-2x+10$

$$3x-5=-2x+10$$
$$3x+2x=10+5$$
$$5x=15$$
$$x=3$$

(2)　$4(3x+2)=2(-1+x)$

$$12x+8=-2+2x$$
$$12x-2x=-2-8$$
$$10x=-10$$
$$x=-1$$

(3)　$\frac{x}{2}-\frac{1}{2}=\frac{x+1}{3}$

両辺に 6 をかけて分母をはらうと，

$$3x-3=2(x+1)$$
$$3x-3=2x+2$$
$$x=5$$

(4)　$0.6x+0.4=-2$

両辺に 10 をかけて小数を整数にすると，

$6x+4=-20$ ※右辺にも 10 をかけるのを忘れないように

$$6x=-24$$
$$x=-4$$

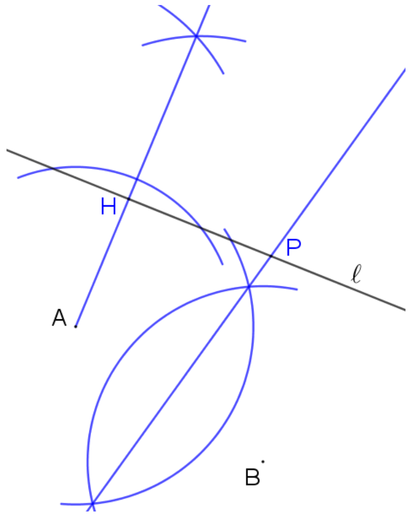
$\boxed{15}$　下の図に，２点 A，B と直線 ℓ があります。(★☆☆)

(1)　点 A と直線 ℓ との距離を表す線分 AC をかきましょう。

(2)　直線 ℓ 上にあり，２点 A，B からの距離が等しい点 P をかきましょう。

(1) 点 A を通り，直線 ℓ に垂直な直線と ℓ との交点が C になります。

(2) ２点 A，B から距離が等しい点は，必ず AB の垂直二等分線上にあります。

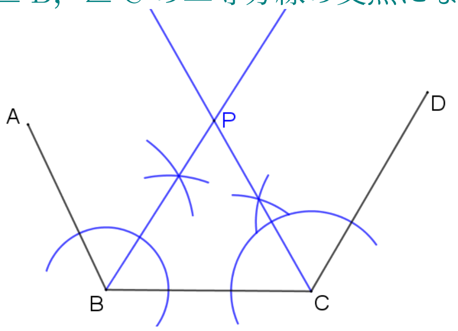


$\boxed{16}$　3つの直線 AB，BC，CD から等距離にある点 P をかきましょう。(★★★)

直線 AB，BC から等しい距離にある点は，AB，BC の交点である∠B の二等分線上にあります。

また，直線 BC，CD から等しい距離にある点は，BC，CD の交点である∠C の二等分線上にあります。

よって，点 P は∠B，∠C の二等分線の交点になります。



$\boxed{17}$　$\angle \mathrm{BAC} = 75^\circ$ となる角をかきましょう。(★★☆)

いろいろなかき方がありますが，私は

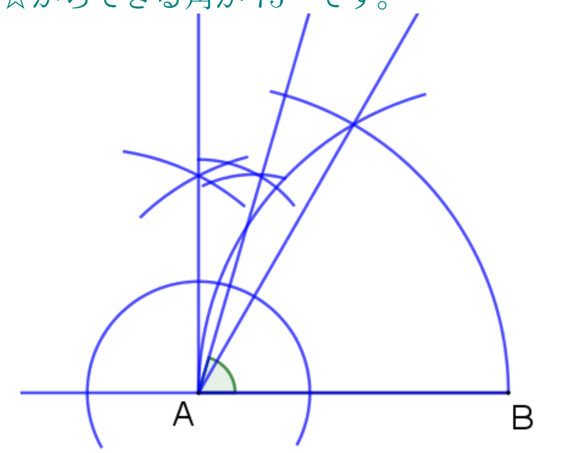
$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$，$30^\circ \div 2 = 15^\circ$，$60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$ を使いました。

線分 AB を A 方向へ延長して，点 A を通る直線 AB の垂線をひきます。

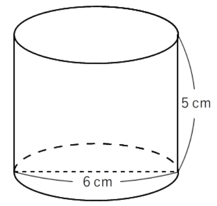
AB を 1 辺とする，正三角形をかきます。

正三角形の 1 辺と垂線の間の角 (30°) の二等分線…☆をかきます。

線分 AB と☆からできる角が 75° です。



$\boxed{18}$　右の図は，底面の直径が 6cm で高さが 5cm の円柱です。この円柱の表面積と体積をそれぞれ求めましょう。(★★☆)



底面の半径は，$6 \div 2 = 3(\mathrm{cm})$ なので，

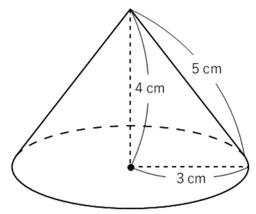
底面の面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi(\mathrm{cm}^2)$

側面の面積は $6\pi \times 5 = 30\pi(\mathrm{cm}^2)$ なので，

表面積 $= 9\pi \times 2 + 30\pi = 48\pi(\mathrm{cm}^2)$

また，体積 $= 9\pi \times 5 = 45\pi(\mathrm{cm}^3)$ となります。

$\boxed{19}$　右の図は，底面の半径が 3cm で高さが 4cm，母線の長さが 5cm の円錐です。この円錐の表面積と体積をそれぞれ求めましょう。(★★★)



底面の面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi(\mathrm{cm}^2)$

側面のおうぎ形の面積は

$$\pi \times 5^2 \times \frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 5} = 25\pi \times \frac{3}{5} = 15\pi(\mathrm{cm}^2)$$ なので，

表面積 $= 9\pi + 15\pi = 24\pi(\mathrm{cm}^2)$

また，体積 $= \frac{1}{3} \times 9\pi \times 4 = 12\pi(\mathrm{cm}^3)$ となります。

$\boxed{20}$　半径が 3cm の球の表面積と体積をそれぞれ求めましょう。(★☆☆)

球の半径を r cm とすると，表面積は $4\pi r^2(\mathrm{cm}^2)$ で，体積は $\frac{4}{3}\pi r^3(\mathrm{cm}^3)$ で表されます。

$r = 3$ なので，表面積は，$4\pi r^3 = 36\pi(\mathrm{cm}^2)$

体積は，$\frac{4}{3}\pi 3^3 = 4\pi \times 3^2 = 36\pi(\mathrm{cm}^3)$ となります。