

濱塾予想問題（長泉中） ～★…みんなできてほしい ★★…平均以上を目指す人 ★★★…トップを目指す人～

1 次の計算をしましょう。（夏休み明けにある学調関連）

(1) $12 - 2 \times 2$ ★

8

(2) $(-2)^4 - 3^3$ ★

-11

(3) $2(4x - y) - (x - 2y)$ ★

7x

(4) $\frac{2x + 3y}{3} - \frac{-x + 7y}{5}$ ★★★

$\frac{13x - 6y}{15}$

(5) $-54a^2b^3 \div 2b^2 \div (-3ab)^2$ ★★★

$-\frac{3}{b}$

(6) 方程式 $0.5x - 0.1 = 1.2x + 2$ を解きなさい。★★

$x = -3$

(7) $a = 5, b = -3$ のとき, $ab \div (-25a^2b^3) \times 10a^2b$ の値を求めなさい。★★

$\frac{2}{3}$

2 次の式を展開しましょう。

(1) $(-x^2y^2 - 12xy + 2) \div \frac{1}{3}x$ ★★

$-3xy^2 - 36y + \frac{6}{x}$

(2) $(x + 3)^2$ ★

$x^2 + 6x + 9$

(3) $(11a - 0.2b)(11a + 0.2b)$ ★★

$121a^2 + 0.04b^2$

(4) $(x + 1)(x + 11) - (x + 6)^2$ ★★

-25

(5) $(a + b + 2)(a - b - 2)$ ★★★

$a^2 - b^2 - 4b - 4$

3 次の式を因数分解しましょう。

(1) $x^2 - 9x - 36$ ★★

$(x + 3)(x - 12)$

(2) $4x^2 - 2xy + \frac{y^2}{4}$ ★★

$\left(2x - \frac{y}{2}\right)^2$

(3) $16x^2 - 64y^2$ ★★

$16(x + 2y)(x - 2y)$

(4) $3a - ab + 3b - 9$ ★★★

$(3 - b)(a - 3)$

(5) $(x + 4)^2 - 2x - 8$ ★★

$(x + 2)(x + 4)$

4 次の式を工夫して計算しましょう。

(1) $24.5^2 - 14.5^2$ ★★

$(24.5 + 14.5)(24.5 - 14.5) = 39 \times 10 = 390$

(2) 203×197 ★★

$(200 + 3)(200 - 3) = 200^2 - 3^2 = 40000 - 9 = 39991$

(3) 103^2 ★★

$(100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$
 $= 10000 + 600 + 9 = 10609$

5 多項式 $x^2 \square x - 18$ が因数分解できるとき, \square に入る整数の値をすべて書きましょう。★★★

$\pm 17, \pm 7, \pm 3$

6 「連続する2つの奇数では, 大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は8の倍数になる」ことを証明しましょう。★★

証明

n を整数とすると, 連続する2つの奇数は $2n + 1, 2n + 3$ と表される。

$$\begin{aligned} (2n + 3)^2 - (2n + 1)^2 &= 4n^2 + 12n + 9 - (4n^2 + 4n + 1) \\ &= 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 4n - 1 \\ &= 8n + 8 \\ &= 8(n + 1) \end{aligned}$$

$n + 1$ は整数だから, $8(n + 1)$ は8の倍数となる。
 よって, 大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は8の倍数になる。

※ $2n - 1, 2n + 1$ としても OK

7 $11 \times 5 = 55$ のように, 奇数と奇数の積は必ず奇数となることを証明しましょう。★★★

証明

m, n を整数とすると, 2つの奇数は $2m + 1, 2n + 1$ と表される。

奇数と奇数の積は,

$$\begin{aligned} (2m + 1)(2n + 1) &= 4mn + 2m + 2n + 1 \\ &= 2(2mn + m + n) + 1 \end{aligned}$$

$2mn + m + n$ は整数だから, $2(2mn + m + n) + 1$ は奇数となる。

よって, 奇数と奇数の積は必ず奇数となる。

- 8 下の図1のように、1辺が r m の正方形の池の周囲に、幅 a m の道があります。この道の面積を S m^2 、道の中央を通る線全体の長さを l m とするとき、 $S = al$ であることを証明しましょう。★

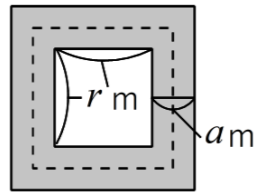


図1 正方形

証明

$$S = (r + 2a)^2 - r^2 = r^2 + 4ar + 4a^2 - r^2 = 4ar + 4a^2 \quad (1)$$

$$l = \left(\frac{a}{2} \times 2 + r\right) \times 4 = (a + r) \times 4 = 4a + 4r \quad \text{より}$$

$$al = 4a^2 + 4ar = 4ar + 4a^2 \quad (2)$$

(1), (2) より, $S = al$

- 9 半径 r m の半円の花だんの外側に、図2のように、一定の幅 a m で芝生を植えようと思います。芝生を植える部分の面積を S m^2 、芝生の中央を通る弧の長さ(点線)を l m とするとき、 $S = al$ であることを証明しましょう。★★★★

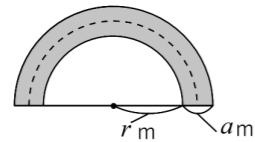


図2 半円

証明

$$S = \pi(r + a)^2 \times \frac{1}{2} - \pi r^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi r^2}{2} + \pi ar + \frac{\pi a^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \pi ar + \frac{\pi a^2}{2}$$

$$l = 2\pi\left(r + \frac{a}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \pi r + \frac{\pi a}{2} \quad \text{より}$$

$$al = \pi ar + \frac{\pi a^2}{2}$$

(1), (2) より, $S = al$

- 10 次の文章の下線部で正しいものには○を、間違っているものには正しい数を書きましょう。

(1) 36の平方根は6である。★

±6

(2) $\sqrt{25}$ の根号を外すと5になる。★

○

(3) $\sqrt{16}$ は±4と等しくなる。★

4

(4) $-\sqrt{1}$ の根号を外すと-1になる。★

○

(5) $\sqrt{(-3)^2}$ の根号を外すと-3になる。★

3

(6) $(-\sqrt{7})^2$ の根号を外すと7になる。★

○

- 11 次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{18}$, $\sqrt{25}$ ★

$$\sqrt{18} < \sqrt{25}$$

(2) $-\sqrt{6}$, $-\sqrt{\frac{19}{3}}$ ★

$$-\sqrt{6} > -\sqrt{\frac{19}{3}}$$

(3) $4, \sqrt{13}$, $\sqrt{17}$ ★★★

$$\sqrt{13} < 4 < \sqrt{17}$$

- 12 $2 < \sqrt{x} < 3$ が成り立つ x をすべて求めましょう。★★

5, 6, 7, 8

- 13 $-\sqrt{72} < -x < -\sqrt{33}$ が成り立つ整数 x の個数を求めましょう。★★

$x = 6, 7, 8$ より 3個

- 14 次の数について、有理数と無理数に分けましょう。★★

$\sqrt{\frac{4}{9}}$	$\sqrt{1}$	$+\frac{9}{2}$	0	-3	$\sqrt{36}$
$-\sqrt{2}$	$\sqrt{0.9}$	-2.3			

有理数 「 $\frac{4}{9}$, $\sqrt{1}$, $+\frac{9}{2}$, 0, -3, $\sqrt{36}$, -2.3」

無理数 「 $-\sqrt{2}$, $\sqrt{0.9}$ 」

- 15 次の計算をしましょう。

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ ★

$$\sqrt{14}$$

(2) $\sqrt{11} \times (-5)$ ★

$$-5\sqrt{11}$$

(3) $\sqrt{44} \div \sqrt{4}$ ★

$$\sqrt{11}$$

(4) $\sqrt{36} \div \sqrt{9}$ ★★★

2

- 16 $a\sqrt{b}$ の形になっているものは \sqrt{c} の形に、 \sqrt{d} の形になっているものは $e\sqrt{f}$ の形に変形しましょう。

(1) $2\sqrt{2}$ ★

$$\sqrt{8}$$

(2) $4\sqrt{5}$ ★

$$\sqrt{80}$$

(3) $\sqrt{27}$ ★

(4) $\sqrt{300}$ ★★

(5) $\sqrt{0.18}$ ★★

17 次の数の分母を有理化しましょう。

(1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ ★

(2) $\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$ ★★

(3) $\frac{4}{\sqrt{12}}$ ★★

18 $\sqrt{2} = 1.41$ としたときの、 $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ の値を求めましょう。 ★★

$\frac{\sqrt{2}}{3}$ より, 0.47

$3\sqrt{3}$

$10\sqrt{3}$

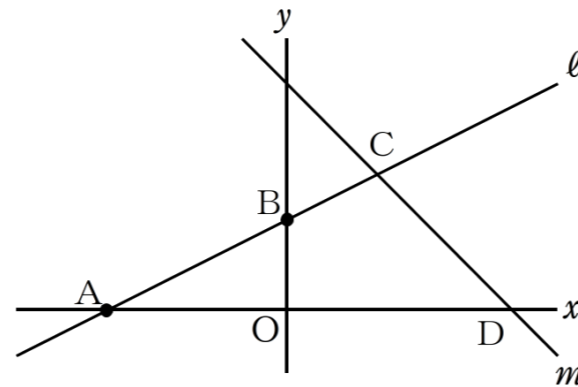
$\frac{3\sqrt{2}}{10}$

$\frac{\sqrt{15}}{5}$

$\frac{\sqrt{6}}{5}$

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

19 下の図は、2点 $A(-4, 0)$, $B(0, 2)$ を通る直線 l と、関数 $y = -x + 5$ の直線 m です。このとき、次の問いに答えましょう。



(1) 直線 l の式を求めましょう。 ★★

$y = \frac{1}{2}x + 2$

(2) 直線 l と m の交点 C の座標を求めましょう。 ★★

$C(2, 3)$

(3) $\triangle CAD$ の面積を求めましょう。 ★★

$\frac{27}{2}$

(4) 点 A を通り、 $\triangle CAD$ の面積を二等分する直線の式を求めましょう。 ★★

$y = \frac{1}{2}x + 2$

20 昨年度の A 中学校の男子と女子の合計は 590 人でした。今年は男子が 6% 増えて、女子が 5% 減ったので、全体では 2 人減りました。このとき、今年の男子の人数を求めましょう。

265 人

21 $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$ となる点 C を作図しましょう。

